Aufgabenblatt 2

Kopfrechenübungen

a) $(-1)^{26} + (-3)^2 - (-2)^4 + (-5)^3 =$ b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$

c) $\sqrt{49} - 3^2 =$ d) $\frac{3+18}{21-18} =$

e) $(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}) : \frac{1}{20} =$ f) $518,49 : 42 =$

Aufgabe 1

Welche der folgenden Implikationen sind logisch folgerichtig?

a) Alle Vögel können fliegen. Alle Tauben sind Vögel.
$\Rightarrow$ Alle Tauben können fliegen.

b) Alle Vögel können fliegen. Alle Pinguine sind Vögel.
$\Rightarrow$ Alle Pinguine können fliegen.

c) Alle Vögel können fliegen. Alle Libellen sind Vögel.
$\Rightarrow$ Alle Libellen können fliegen.

d) Alle Vögel können fliegen. Alle Tauben können fliegen.
$\Rightarrow$ Alle Tauben sind Vögel.

e) Alle Vögel können fliegen. Alle Libellen können fliegen.
$\Rightarrow$ Alle Libellen sind Vögel.

Aufgabe 2

Entscheiden Sie, welche Aussagen zueinander äquivalent sind:

a) $(A \wedge B) \wedge C$ b) $A \vee B$ c) $A \vee (\neg B)$

d) $(A \vee B) \wedge C$ e) $B \Rightarrow A$ f) $A \Rightarrow B$

g) $A \wedge (B \wedge C)$

Aufgabe 3

Auf einem Tisch liegen vier Karten. Auf jeder Karte ist auf einer Seite ein Buchstabe und auf der anderen Seite eine Zahl aufgedruckt. Anna trifft die Aussage: „Wenn auf einer Seite einer Karte ein Vokal ist, ist auf der anderen

Seite eine gerade Zahl.“ Wie viele Karten müssen Sie umdrehen, um zu bestätigen, dass Anna Recht hat, wenn Sie auf den Karten die Aufdrucke „3“, „4“, „A“ und „B“ sehen?

Aufgabe 4

- Beweisen Sie die 2. Binomische Formel: $(c-d)^2 = c^2 - 2cd + d^2$ mit $c, d \in \mathbb{R}$
- Beweisen Sie die 3. Binomische Formel: $(wurst - kaese) \cdot (wurst + kaese) = wurst^2 - kaese^2$ mit $wurst, kaese \in \mathbb{R}$

Hausübung

Satz: $\sqrt{4}$ kann nicht als Bruch $\frac{p}{q}$ geschrieben werden und ist daher keine rationale Zahl.

Beweis: Wir nehmen an: $\sqrt{4}$ kann als Bruch $\frac{p}{q}$ geschrieben werden. Dann können wir diesen Bruch vollständig kürzen und erhalten zwei neue ganze Zahlen p' und q' für die ebenfalls gilt: $\sqrt{4} = \frac{p'}{q'}$. Daraus folgern wir: $\sqrt{4} = \frac{p'}{q'} \Rightarrow 4 = \frac{p'^2}{q'^2} \Rightarrow p'^2 = 4q'^2$ $(*)$. Daraus folgt, dass p'^2 eine gerade Zahl ist und das heißt, auch p' muss eine gerade Zahl sein. Also kann ich p' schreiben als $p' = 4c$, mit passender ganzen Zahl c. Dies setzen wir in $(*)$ ein und erhalten: $(4c)^2 = 4q'^2 \Rightarrow 4c^2 = q'^2$. Mit der selben Argumentation wie vorher sehen wir, dass es eine passende ganze Zahl d gibt mit $q' = 4d$.

Insgesamt ergibt sich: $\sqrt{4} = \frac{p'}{q'} = \frac{4c}{4d} = \frac{c}{d}$. Wir konnten also ein weiteres mal kürzen, was ein Widerspruch ist, da $\frac{p'}{q'}$ bereits vollständig gekürzt sein sollte. Daraus folgt, dass $\sqrt{4}$ nicht als Bruch geschrieben werden kann (da man hier unendlich lange weiter kürzen kann). $\lightning$?