

Aufgabenblatt 7

Zeichenübungen

- Zeichnen Sie den Graph der Funktion: $f(x) = -2x - 2$.
- Zeichnen Sie den Graph der Funktion: $h(y) = |y| + y$.
- Zeichnen Sie den Graph der Sinusfunktion.
- Zeichnen Sie den Graph der Kosinusfunktion.

Sind die Funktionen jeweils surjektiv, injektiv und bijektiv?

Aufgabe 1 (Taschenrechner o.ä. erlaubt)

Gegeben ist eine Folge x_n mit

$$x_n = \frac{n-2}{n+2}.$$

Geben Sie für a) $\epsilon = 0,1$, b) $\epsilon = 0,01$ und $\epsilon = 0,00012$ je eine Zahl N an, so dass für alle $n > N$ gilt:

$$|x_n - 1| < \epsilon.$$

Aufgabe 2

Untersuchen Sie folgende Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

$$a_n = \frac{n^2}{n^3 - 2}$$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Folge $a_n = \frac{1}{n^2}$ gegen Null konvergiert, indem Sie die ϵ , N -Definition der Konvergenz gegen Null verwenden.

Aufgabe 4*

Auf einem Foto sehen Sie zwei Handballspieler, die 12 Meter von einander entfernt stehen. Zwischen Ihnen ist ein Ball 4 Meter über dem Boden zu sehen. Es sieht so aus, dass der eine Spieler einen Pass gespielt hat und der Ball über seinem Kopf die Hand verlassen hat (ca. 2m Höhe). Der Ball hat ein Drittel der Strecke zwischen den Spielern zurückgelegt. Der andere Spieler

hält seine Hände über dem Kopf zum Fangen bereit (ca 2m Höhe). Nehmen Sie an, dass der Pass exakt in den Händen des Mitspielers landet. Wie hoch fliegt der Ball im höchsten Punkt seiner Flugbahn über dem Boden? Die Höhe des Balles kann gut als Polynom vom Grad 2 modelliert werden.

Hausrätsel

Das Rätsel handelt von einem Stamm Eingeborener auf einer Insel. Diese Eingeborenen haben eine Religion, die folgende Regel hat: Niemand darf über Augenfarben reden. Wer jemals Kenntnis über seine eigene Augenfarbe bekommt, der muss sich am nächsten Tag vor allen anderen rituell selbst umbringen. Es gibt dort natürlich auch keine Spiegel oder so. Man hat somit die Situation, dass jeder die Augenfarbe aller seiner Mitmenschen kennt, niemand aber die eigene. Insgesamt gibt es 100 blauäugige Insulaner und 900 braunäugige Insulaner. Kein Insulaner weiß, dass es nur 2 verschiedene Augenfarben auf der Insel gibt.

Selbstverständlich sind die Eingeborenen hochintelligent, und könnten praktisch alle sofort Mensa beitreten. Jeder Insulaner ist ein logischer Denker und kann sich somit alles erschließen, was für ihn aus seinen Beobachtungen und seinem Wissen logisch ableitbar ist. Jeder weiß, dass jeder Insulaner ein logischer Denker ist (und jeder weiß, dass jeder weiß, dass jeder ein logischer Denker ist, und so weiter).

Jetzt gibt es ein Ereignis. Es kommt ein fremder, blauäugiger Besucher auf die Insel, der nichts von der Religion weiß. Er versteht sich aber gut mit den Eingeborenen und nach einigen Tagen hat er ihr vollstes Vertrauen. Jetzt kommt der Tag, an dem der Besucher wieder abreist. An diesem Tag sagt er nichtsahnend, vor allen Insulanern, dass es doch erstaunlich sei, in dieser Region der Welt auf blaue Augen zu stoßen. Er sagt also explizit, dass es mindestens einen blauäugigen unter den Eingeborenen gibt. Dann reist er ab.

Hat diese Äußerung des Besuchers irgendeine Auswirkung auf den Stamm? Wenn ja, welche?