

Aufgabenblatt 11

Skript

Lesen Sie Kapitel 8 zuende.

Ableitungsübung

Leiten Sie ab (es dürfen Ableitungsregeln verwendet werden):

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = 5 \cdot x^2 \cdot x^{3+2} & \text{b) } h(x) = \frac{1}{2x+1} \\ \text{c) } g(x) = e^{4x} & \text{d) } i(x) = e^{(x^2)} \\ \text{e) } j(x) = \sin(x)^2 \cdot e^{(x^2)} & \text{f) } h(x) = \frac{x^2+1}{x+2} \end{array}$$

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Beträge der komplexen Zahlen i , $2 - 3i$ und $-4 + 3i$.

Aufgabe 2

Beweisen Sie per vollständiger Induktion, dass $\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $\exp(n) = e^n$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix}). \\ \text{b) } \cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix}). \end{array}$$

Aufgabe 4

Folgern Sie aus der Eulerschen Formel die Additionstheoreme für Sinus und Cosinus: Für alle $x, x' \in \mathbb{R}$ gilt $\sin(x + x') = \sin(x) \cos(x') + \cos(x) \sin(x')$ und $\cos(x + x') = \cos(x) \cos(x') - \sin(x) \sin(x')$.

Frage*: Wieso ist dies im Rahmen des Vorkurses kein Beweis für die Additionstheoreme?

Aufgabe 5

- a) Berechnen Sie die Polarkoordinaten von $1 + i$ und $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
- b) Berechnen Sie die Produkte in Polarkoordinaten:

$$3e^{i\frac{2\pi}{3}} \cdot \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

und

$$e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{3}{5}e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

Aufgabe 6*/ Wiederholung Induktion

- a) Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion:
Für alle $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ gilt die geometrische Reihe:

$$\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$