

## Aufgabenblatt 15

### Skript

Lesen Sie im Skript die Kapitel 10 und 11.

### Aufgabe 1

Berechnen Sie die Summe folgender Matrizen:

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 2

Berechnen Sie das Produkt folgender Matrizen:

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass für zwei  $2 \times 2$ -Matrizen  $A$  und  $B$  im Allgemeinen nicht gilt  $AB = BA$ .

**Aufgabe 4**

Beweisen Sie, dass für reelle  $2 \times 2$ -Matrizen  $A, B, C$  gilt:

$$A(B + C) = AB + AC$$

**Aufgabe 5**

Wir definieren

$$D_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

$$D_\alpha D_\beta = D_{\alpha+\beta}$$

**Aufgabe 6\***

Zeigen Sie, für jede  $2 \times 2$ -Matrix  $A$ , die die Gleichung  $AA = 0$  erfüllt, gilt, dass es eine  $2 \times 2$ -Matrix  $B$  gibt mit:

$$(\mathbb{1} - A)B = \mathbb{1},$$

Wobei  $\mathbb{1}$  die  $2 \times 2$  Einheitsmatrix ist.

**Aufgabe 7\*\***

Sind die komplexen Zahlen, zusammen mit der von uns definierten Addition und Multiplikation, eine Gruppe, ein Ring oder ein Körper?

**Hausübung**

Haben Sie ein schönes Wochenende und bleiben Sie gesund!