

Aufgabenblatt 17

Integralübung

Bilden oder finden Sie jeweils eine Stammfunktion zu:

a) $\sin(x) \cdot \cos(x)$

b) $x^2 \cdot e^{-x}$

c)* $\sqrt{1-x^2}$

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Beträge ($\sqrt{\langle \vec{x}, \vec{x} \rangle}$) der folgenden sechs Vektoren und bilden Sie aus jeweils zwei Vektoren das Skalarprodukt. Achten Sie dabei besonders auf das "Hinlegen" des ersten Vektors.

a)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

c)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Führen Sie folgende Matrixmultiplikationen aus:

a)

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 1 \ 0)$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot (5 \ -4 \ 2)$$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ von Vektoren $\vec{v}, \vec{w}, \vec{u} \in \mathbb{R}^3$ folgende Eigenschaften erfüllt:

- (1) $\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle = \langle \vec{w}, \vec{v} \rangle$
- (2) $\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle \geq 0$ und $\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = 0$
- (3) $\langle x\vec{v}, \vec{w} \rangle = x \langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$ für $x \in \mathbb{R}$
- (4) $\langle \vec{v} + \vec{u}, \vec{w} \rangle = \langle \vec{v}, \vec{w} \rangle + \langle \vec{u}, \vec{w} \rangle$

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass für zwei 2×2 -Matrizen A und B im Allgemeinen nicht gilt $AB = BA$.

Aufgabe 5

Beweisen Sie, dass für reelle 2×2 -Matrizen A, B, C gilt:

$$A(B + C) = AB + AC$$