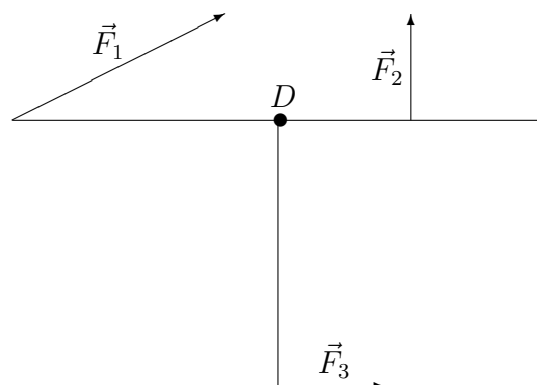


Aufgabenblatt 18

Aufgabe 1

Ein T-förmiger Hebel ist um D drehbar gelagert und es wirken auf ihn die Kräfte $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ gemäß der Zeichnung ein.



Der Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der auf ihn einwirkenden Drehmomente Null ist. Zeichnen Sie eine Kraft \vec{F}_4 , so dass der Hebel im Gleichgewicht ist. Genaues nachmessen ist hier nicht gefragt, ein grobes Abschätzen reicht.

Aufgabe 2

Die relative Häufigkeit der Blutgruppen 0, A, B und AB ist in folgenden Ländern:

Land	0	A	B	AB
Deutschland	41%	43%	11%	5%
Finnland	31%	44%	17%	8%
Frankreich	42%	44%	10%	4%

Fassen Sie jede Zeile als Vektor im \mathbb{R}^4 auf und berechnen Sie den Winkel zwischen je zwei der drei Vektoren. Taschenrechner sind hier erlaubt.

Aufgabe 3

Seien $v, w \in \mathbb{R}^3$. Zeigen Sie:

$$\langle v, w \rangle^2 + (v \times w)^2 = \|v\|^2 \cdot \|w\|^2$$

Aufgabe 4

Zeigen Sie (durch einfaches Einsetzen), dass für $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ das Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ folgende Eigenschaften hat:

- a) $(\alpha \vec{a}) \times \vec{b} = \alpha(\vec{a} \times \vec{b})$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$
- b) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$
- c)* $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) = \hat{0}$
- d)* $\langle \vec{a}, (\vec{b} \times \vec{c}) \rangle = \langle \vec{b}, (\vec{c} \times \vec{a}) \rangle = \langle \vec{c}, (\vec{a} \times \vec{b}) \rangle$

Aufgabe 5*

Zeigen Sie, dass auch Funktionen, zusammen mit den in der Vorlesung definierten Verknüpfungen (die „normale“ Addition $+$ und Multiplikation \cdot), einen Vektorraum bilden.