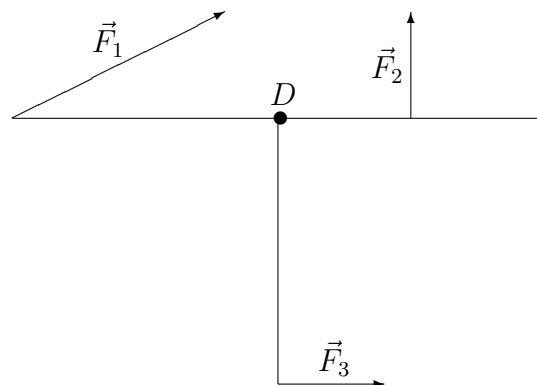


## Aufgabenblatt 18

### Physikübung

Ein T-förmiger Hebel ist um  $D$  drehbar gelagert und es wirken auf ihn die Kräfte  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  gemäß der Zeichnung ein.



Der Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der auf ihn einwirkenden Drehmomente Null ist. Zeichnen Sie eine Kraft  $\vec{F}_4$ , so dass der Hebel im Gleichgewicht ist. Genaues nachmessen ist hier nicht gefragt, ein grobes Abschätzen reicht.

### Aufgabe 1 (Taschenrechner o.ä. erlaubt)

Die relative Häufigkeit der Blutgruppen 0, A, B und AB ist in folgenden Ländern:

Land	0	A	B	AB
Deutschland	41%	43%	11%	5%
Finnland	31%	44%	17%	8%
Frankreich	42%	44%	10%	4%

Fassen Sie jede Zeile als Vektor im  $\mathbb{R}^4$  auf und berechnen Sie den Winkel zwischen je zwei der drei Vektoren.

## Aufgabe 2

Zeigen Sie (durch einfaches Einsetzen), dass für  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$  das Kreuzprodukt  $\vec{a} \times \vec{b}$  folgende Eigenschaften hat (das Resultat aus Aufgabe 3 darf bereits verwendet werden):

a)  $(\alpha \vec{a}) \times \vec{b} = \alpha(\vec{a} \times \vec{b})$  mit  $\alpha \in \mathbb{R}$

b)  $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$

c)\*  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) = \hat{0}$

d)\*  $\langle \vec{a}, (\vec{b} \times \vec{c}) \rangle = \langle \vec{b}, (\vec{c} \times \vec{a}) \rangle = \langle \vec{c}, (\vec{a} \times \vec{b}) \rangle$

## Aufgabe 3

Beweisen Sie die sogenannte Graßmann-Identität: Für  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$  gilt:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle - \vec{c} \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$$

## Aufgabe 4

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 7 - 2z &= x \\ -5x &= 2y - 9 \\ y + z &= 5 \end{aligned}$$

## Aufgabe 5\*

Zeigen Sie, für jede  $2 \times 2$ -Matrix  $A$ , die die Gleichung  $AA = 0$  erfüllt, gilt, dass es eine  $2 \times 2$ -Matrix  $B$  gibt mit:

$$(\mathbb{1} - A)B = \mathbb{1},$$

Wobei  $\mathbb{1}$  die  $2 \times 2$  Einheitsmatrix ist.

## Hausübung

Der in der Vorlesung definierte Betrag ist eine Möglichkeit, einen Abstand zu definieren. Alternativen sind z.B. auf Wikipedia (Stichwort Norm (Mathematik)) zu finden.