

Aufgabenblatt 5

Skript

Lesen Sie Kapitel 4 vom Skript.

Rechenübungen

Berechnen Sie:

- a) $(3 + 4i) + (2 - 3i)$ b) $i + (0,5 - 2i)$
c) $(0,3 - 4i) - (1 - 2i)$ d) $(1 + i) - (4 - i)$
e) $(3 + 4i)(2 - 3i)$ f) $(2 - 3i)(2,5 + 3i)$
g) $\frac{1}{1-3i}$ h) $\frac{2+2i}{1+2i}$

Aufgabe 1 / Taschenrechner o.ä. erlaubt

Eines der wichtigsten Resultate der Quantenmechanik ist die sogenannte Unschärferelation zwischen Ort und Impuls. Sie besagt, dass der Ort x und der Impuls p eines Teilchens nicht beliebig genau gleichzeitig gemessen werden kann. Für den Fehler der Ortsmessung Δx bzw. der Impulsmessung Δp gilt,

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/4\pi \quad (1)$$

wobei $h \approx 6.62 \times 10^{-34}$ kg m²/s die Plancksche Konstante ist.

Sie messen nun die Position eines in Ruhe liegenden Steines (Masse 0.2 kg) sehr genau und die Unsicherheit dieser Ortsmessung beträgt nur $\Delta x = 0.00001$ cm. Nach der obigen Formel kann der Impuls des Steines nicht beliebig genau gemessen worden sein. Nehmen wir daher an, er hat einen Impuls von Δp oder mehr. Wie weit bewegt sich dieser Stein innerhalb von a) einer Stunde b) eines Jahres c) eines Menschenlebens d) bis zur Explosion der Sonne in ca. 4 Milliarden Jahren mindestens. Ab wann kann man diese Positionsveränderung messen?

Aufgabe 2

Eine komplexe Zahl $a + bi$ ist durch zwei reelle Zahlen a und b charakterisiert. Dieses Paar reeller Zahlen können wir auch als Punkt (a, b) in einem zweidimensionalen Koordinatensystem auffassen.

Skizzieren Sie für je eine Teilaufgabe in einem kartesischen Koordinatensystem die Punkte, die folgenden komplexen Zahlen entsprechen:

a)

$$1 - 2i, 1 + 2i, -2 + 3i, -1 - i$$

b)

$$2 + 3i, i, (2 + 3i)i, (2 - i)i$$

c)

$$1 + i, 1 + 2i, (1 + i) \cdot (1 + 2i)$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie $\sqrt{-i}$.

Rätsel

Denken Sie nach über :

$$\bullet 1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1) \cdot (-1)} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = i \cdot i = -1$$

Aufgabe 4*

Beweisen Sie, dass für alle komplexen Zahlen c_1, c_2, c_3 gilt:

$$(c_1 c_2) c_3 = c_1 (c_2 c_3)$$

Die Rechenregeln der reellen Zahlen dürfen Sie hier verwenden. Wieso ist es überhaupt wichtig, dies zu überprüfen?

Hausübung

Haben Sie ein schönes Wochenende und bleiben Sie gesund!