Aufgabenblatt 6

Rechenübungen

Berechnen Sie:

a) $(3+4i)+(2-3i)$ b) $i+(0,5-2i)$

c) $(0,3-4i)-(1-2i)$ d) $(1+i)-(4-i)$

e) $(3+4i)(2-3i)$ f) $(2-3i)(2,5+3i)$

g) $\frac{1}{1-3i}$ h) $\frac{2+2i}{1+2i}$

Aufgabe 1

Beweisen Sie, dass für alle komplexen Zahlen c_1, c_2, c_3 gilt:

$$(c_1c_2)c_3 = c_1(c_2c_3)$$

Die Rechenregeln der reellen Zahlen dürfen Sie hier verwenden.

Aufgabe 2

Eine komplexe Zahl $a+bi$ ist durch zwei reelle Zahlen a und b charakterisiert. Dieses Paar reeller Zahlen können wir auch als Punkt (a,b) in einem zweidimensionalen Koordinatensystem auffassen.

Skizzieren Sie für je eine Teilaufgabe in einem karthesischen Koordinatensystem die Punkte, die folgenden komplexen Zahlen entsprechen:

a)

$$1-2i, 1+2i, -2+3i, -1-i$$

b)

$$2+3i, i, (2+3i)i, (2-i)i$$

c)

$$1+i, 1+2i, (1+i)\cdot(1+2i)$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie $\sqrt{-i}$.

Aufgabe 4*

Lösen Sie folgende Ungleichungen:

a) $5(2x-3) < 3x + 20 - 9(2-x)$

b) $(2x+3)^2 + 8 \geq (x-5)(x+5) + 3x(x-3)$

c) $\frac{2-x}{2} - 1 < 3\frac{3-2x}{6}$

d) $\frac{x+4}{3} - \frac{x-3}{4} > \frac{x+4}{2}$

Aufgabe 5*

Beweisen Sie mit Hilfe eines Widerspruchsbeweises die folgende Aussage: Sei $n \in \mathbb{N}$. Falls n^2 gerade ist, so ist n ebenfalls gerade. (Gerade Zahlen n kann man als $n = 2c$ schreiben. Wie müsste man ungerade Zahlen schreiben?)

Hausübung

Denken Sie nach über :

- $1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1)\cdot(-1)} = \sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1} = i \cdot i = -1$