Übungen zu Rechenmethoden der Physik	**Bonusblatt**	11.07.2014

[Abgabe 18.07. in E5-112/108 **bis 10:00 Uhr**]
Bitte mit Namen, Vornamen und Ihrem Gruppenbuchstaben A-F

Aufgabe 14.1: Potentiale von wirbel- und quellenfreien Feldern (4 Punkte)

1. Skalarpotential: zeigen Sie, daß $\vec{E} = (4x^3y - y^2)\vec{e}_x + (x^4 - 2xy + 1)\vec{e}_y$ wirbelfrei ist. Bestimmen Sie anschließend ein Skalarpotential $\phi(\vec{r})$ von $\vec{E}$.

2. Vektorpotential: zeigen Sie, daß $\vec{B} = x(z-y)\vec{e}_x + y(x-z)\vec{e}_y + z(y-x)\vec{e}_z$ quellenfrei ist. Bestimmen Sie anschließend ein Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ von $\vec{B}$.

Aufgabe 14.2: Fourier-Reihe und Riemannsche ζ-Funktion (4 Punkte)
Betrachten Sie die periodische Fortsetzung der Funktion $f(x) = x^2$ definiert auf dem Intervall $x \in [-\pi, \pi]$.

1. Skizzieren Sie $f(x)$ und berechnen Sie die Darstellung von $f(x)$ als relle Fourier-Reihe. Warum bekommen wir eine reine Cosinus-Reihe?

2. Die Riemannsche ζ-Funktion ist definiert durch

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

für $s \in \mathbb{C}$ mit $\Re e(s) > 1$. Bestimmen Sie $\zeta(2)$ mithilfe der obigen Fourier-Reihe. [Die Riemannsche ζ-Funktion taucht z.B. im Harmonischen Oszillator und in der Regularisierung von Quantenfeldtheorien auf.]

Aufgabe 14.3: Fourier-Transformationen (4 Punkte)

1. Gegeben sei die (Kasten-)Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for} |x| < a \ , \\ 0 & \text{for} |x| \geq a \ . \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Fouriertransformierte $\tilde{f}(k)$. Was passiert im Limes $a \to \infty$?

2. Wir betrachten eine beliebig oft differenzierbare Funktion $f(x)$ mit der Eigenschaft, daß $f(x)$ und ihre Ableitungen im Unendlichen verschwinden. Bilden Sie die Fourier-Transformation der n-ten Ableitung von $f(x)$ und drücken Sie diese durch die Fourier-Transformation $\tilde{f}(k)$ von $f(x)$ selber aus.