

Aufgabe 1.1: Assoziativgesetz

Es seien \vec{A} , \vec{B} und \vec{C} Vektoren. Beweisen Sie die Assoziativität des Skalarproduktes, das heißt, zeigen Sie, das

$$\begin{aligned}\vec{A}(\vec{B} + \vec{C}) &= \vec{A}\vec{B} + \vec{A}\vec{C}, \\ (\vec{A} + \vec{B})\vec{C} &= \vec{A}\vec{C} + \vec{B}\vec{C}\end{aligned}$$

gilt.

Aufgabe 1.2 Symmetrie des metrischen Tensors

Zeigen Sie, das der metrische Tensor g symmetrisch in seinen Argumenten ist, das heißt es gilt

$$g(\vec{A}, \vec{B}) = g(\vec{B}, \vec{A}),$$

wobei \vec{A} und \vec{B} Vektoren seien.

Aufgabe 1.3 Transformationsverhalten von Einsformen

Es sei $\{\tilde{\omega}^\alpha : \alpha = 0, 1, 2, 3\}$ eine Basis der Einsformen. Leiten Sie unter Verwendung der Invarianz von $\tilde{\omega}^\alpha(e_\beta) = \delta^\alpha_\beta$, wobei e_α eine Basis des dazugehörigen Vektorraumes sei, das Transformationsverhalten von Einsformen her:

$$\tilde{\omega}^{\bar{\alpha}} = \Lambda^{\bar{\alpha}}_{\beta} \tilde{\omega}^{\beta}.$$