

Aufgabe 2.1: Komponenten des Energie-Impuls-Tensors im MCRF

Der Energie-Impuls-Tensor \mathbf{T} eines perfekten Fluids ist in Komponenten unabhängiger Form über

$$\mathbf{T} = (\rho + p)\vec{U} \otimes \vec{U} + p\mathbf{g}^{-1}$$

gegeben, wobei \mathbf{g} der metrische Tensor, ρ die Energiedichte, p der Druck sowie \vec{u} das 4-Geschwindigkeitsfeld des Fluids sind. Zeigen Sie, dass die Komponenten des Energie-Impuls-Tensors im MCRF durch

$$(T^{\alpha\beta})_{\text{MCRF}} = \text{diag}(\rho, p, p, p)$$

gegeben sind.

Aufgabe 2.2: Symmetrieeinvarianz des Energie-Impuls-Tensors

Zeigen Sie, dass, der Energie-Impuls-Tensor, wenn er in einem Koordinatensystem symmetrisch ist, dies in allen ist.

Aufgabe 2.3: Eigenschaften der 4-Geschwindigkeit

Rechnen Sie nach, dass

$$(U^\alpha U^\gamma)_{,\beta} \eta_{\alpha\gamma} = 2U^\alpha_{,\beta} U^\gamma \eta_{\alpha\gamma}$$

gilt.