General Relativity: Präsenzübung	**Blatt Nr. 09**	22.06.2020
	Niclas Gesing, Gernot Akemann	

Aufgabe 9.1: Hilfreiche Identitäten des Energie-Impuls-Tensors eines beschränkten Systems

Benutzen Sie $T^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$, um zu zeigen, dass

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\int T^{0\alpha} d^3x =& 0 \quad \text{(conservation of energy and momentum)},\\
\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int T^{00} x^i x^j d^3x =& 2\int T^{ij} d^3x \quad \text{(tensor virial theorem)},\\
\frac{\partial^2}{\partial t^2}\int T^{00} (x^i x_i)^2 d^3x =& \int 4T^i{}_i x^j x_j d^3x + 8\int T^{ij} x_i x_j d^3x,
\end{aligned}$$

falls $T^{\mu\nu} = 0$ außerhalb eines beschränkten Gebiets.

Aufgabe 9.2: Identität für den Energiefluß einer Gravitationswelle

Zeigen Sie, dass

$$(\bar{I}_{xx} - \bar{I}_{yy})^2 + 4\bar{I}_{xy}^2 = 2\bar{I}_{ij}\bar{I}^{ij} - 4\bar{I}_{zj}\bar{I}_z{}^j + \bar{I}_{zz}^2,$$

falls $\bar{I}^i_i = \bar{I}_{xx} + \bar{I}_{yy} + \bar{I}_{zz} = 0$ gilt.