Präsenzübung zu Rechenmethoden der Physik	14.-17.04.2014

Aufgabe 0.1: Geometrische Bedeutung von Verknüpfungen
Diskutieren Sie die folgenden Punkte:

1. Was ist die geometrische Bedeutung der Multiplikation eines Vektors in $V = \mathbb{R}^n$ mit einem Skalar aus dem Körper $K = \mathbb{R}$
2. Was ist die geometrische Bedeutung der Dreiecksungleichung?
3. Überzeugen Sie sich davon, daß der in der Vorlesung über das Skalarprodukt eingeführte Winkel $\cos(\theta) = (\vec{v} \cdot \vec{w})/(|\vec{v}||\vec{w}|)$ dem tatsächlichen Winkel zwischen den beiden Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ entspricht.

Aufgabe 0.2: Wiederholung Komplexe Zahlen u. Darst. als Vektoren
Jede komplexe Zahl $z = x + \mathrm{i}\,\mathrm{y}$ lasst sich als Vektor (x, y) in der kanonischen orthonormalen Basis des $\mathbb{R}^2$ schreiben.

1. schreiben sie das Produkt zweier komplexer Zahlen $z_1 z_2$ in Vektorschreibweise. Warum definiert dieses Produkt *kein* Abelsches Skalarprodukt? Mit $zz^* \equiv |z|^2$ können wir trotzdem die Norm der komplexen Zahl z definieren ($z^* = x - \mathrm{i}\,\mathrm{y}$ ist ihr komplex Konjugiertes). Überprüfen Sie dass die Norm positiv definit ist.
2. Für $z \neq 0$ lassen sich komplexe Zahlen auch eindeutig durch Polarkoordinaten beschreiben mit $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, wobei $\theta \in [0, 2\pi)$ den Winkel zur x-Achse beschreibe - was ist r und warum schließen wir $z = 0$ aus? Benutzen Sie Polarkoordinaten um die geometrische Interpretation des Produktes $z_1 z_2$ zu finden (inkl. Skizze).

Aufgabe 0.3: Eigenschaften des Vektorproduktes
Beweisen Sie folgende Identitäten, unter Benutzung von bereits in der Vorlesung Gezeigtem:

1. Graßmann Identität (GI)
$$\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$$
Hinweis: machen Sie einen Ansatz unter Benutzung daß die linke Seite senkrecht zu $\vec{u}$ ist (warum?).
Schreiben Sie anschließend die GI in Einsteinscher Summationskonvention. Was folgt daraus für das Produkt zweier ϵ-Tensoren?
2. Lagrange Identität (benutzen Sie GI)
$$(\vec{u}_1 \times \vec{u}_2) \cdot (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) = (\vec{u}_1 \cdot \vec{v}_1)(\vec{u}_2 \cdot \vec{v}_2) - (\vec{u}_1 \cdot \vec{v}_2)(\vec{u}_2 \cdot \vec{v}_1)$$
3. Jacobi Identität
$$\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) + \vec{v} \times (\vec{w} \times \vec{u}) + \vec{w} \times (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$$
Wie lautet diese Identität ausgedrückt in ϵ-Tensoren?