

Aufgabe 1.1: Fouriertransformation

Bestimmen Sie die Fouriertransformation der Gauß-Funktion $f(x) = \exp[-ax^2] \sqrt{\frac{a}{\pi}}$:

1. $\tilde{f}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) e^{-ikx} = ?$
2. Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle x^2 \rangle$ von x^2 bezüglich $f(x)$, und den entsprechenden Erwartungswert von k^2 bezüglich $\tilde{f}(k)$.
[Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} dt \exp[-At^2] = \sqrt{\frac{\pi}{A}}$]
3. Diskutieren Sie die "Breite" der Funktion vor und nach Fouriertransformation.

Aufgabe 1.2: Comptonstreuung

Bei der Comptonstreuung streut ein Photon elastisch an einem Elektron mit Masse m_e . Gegeben sei die Wellenlänge λ vor der Streuung. Leiten Sie folgende Beziehung zwischen Wellenlänge λ' nach der Streuung, Streuwinkel des Photons θ , und der Comptonwellenlänge des Elektrons $h/(m_e c)$ her:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_e c} \sin^2(\theta/2) .$$

Am einfachsten ist es, das Elektron vor der Streuung in Ruhe zu betrachten. Benutzen Sie, dass Energieerhaltung und Impulserhaltung gelten und setzen Sie die relativistische Energie-Impuls-Beziehung aus der Vorlesung sowie die Gleichung von de Broglie ein.

Aufgabe 1.3: Comptonwellenlänge des Elektrons

Bestimmen Sie die Comptonwellenlänge des Elektrons, wenn wir die relativistische Ruheenergie $E = m_e c^2$ verwenden:

$$\lambda = \frac{h}{m_e c} .$$

Vergleichen Sie mit der Rechnung in der Vorlesung, wo wir die nichtrelativistische kinetische Energie verwendet haben bei Beschleunigung mit einer Spannung U aus der Ruhelage. Warum spielte dort der obige Beitrag keine Rolle?