Übungen zur Theoretischen Physik II	**Blatt Nr. 01**	02.04.2019

[Abgabe 09.04. in H06 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 1.1: Gaußsches Wellenpaket
Gegeben sei $\phi(k)$, welches die Fourierkomponenten eines eindimensionalen, gaußschen Wellenpaketes bestimmt:

$$\phi(k) = A \exp[-a^2(k-k_0)^2 - ikx_0] \ ,$$

mit $A \in \mathbb{C}$ und $a, k_0, x_0 \in \mathbb{R}$.

1. Skizzieren Sie $|\phi(k)|^2$. Welche Eigenschaften der Kurve werden durch die Parameter k_0 und a beschrieben?

2. Bestimmen Sie die normierte Wellenfunktion

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \phi(k) e^{ikx - \frac{i\hbar k^2 t}{2m}}$$

[Ergebnis: $\psi(x,t) = \frac{A \ \exp\left[ik_0(x-x_0) - \frac{i\hbar k_0^2 t}{2m}\right]}{|A|(2\pi a^2)^{1/4}(1+\frac{i\hbar t}{2ma^2})^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x-x_0-\frac{\hbar k_0 t}{m})^2}{4(a^2+\frac{i\hbar t}{2m})}\right]$].

3. Zeigen Sie, dass $\psi(x,t)$ die freie zeitabhängige Schrödingergleichung löst.

Aufgabe 1.2: Identitäten der Fouriertransformation
Gegeben seien $f(\vec{r}), g(\vec{r})$, zwei komplexwertige, quadratintegrable Funktionen im $\mathbb{R}^3$, und ihre Fouriertransformierten $\tilde{f}(\vec{k}), \tilde{g}(\vec{k})$. Zeigen Sie, dass die folgenden Gleichungen gelten:

1.
$$\int d^3\vec{r} \ f(\vec{r})^* g(\vec{r}) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \tilde{f}(\vec{k})^* \tilde{g}(\vec{k}) \quad \text{Parsevalsche Gleichung}$$

2.
$$\int d^3\vec{r} \ f(\vec{r})^* (-i\vec{\nabla}_{\vec{r}}) g(\vec{r}) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \tilde{f}(\vec{k})^* \vec{k} \ \tilde{g}(\vec{k})$$

3.
$$\int d^3\vec{r} \ f(\vec{r})^* \vec{r} \ g(\vec{r}) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \tilde{f}(\vec{k})^* (i\vec{\nabla}_{\vec{k}}) \tilde{g}(\vec{k})$$