

[Besprechung in den Übungen am 17. u. 18.10.2017]

Aufgabe 1.1: Dreiecksungleichungen

1. Beweisen Sie auf algebraische Weise die folgenden beiden Dreiecksungleichungen für beliebige komplexe Zahlen $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$:

$$|z_1| - |z_2| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

2. Benutzen Sie dieses Resultat um Folgendes zu zeigen:
 - a) Es gilt $|z^2 + 3| \leq 12$ auf dem Kreis mit Radius 3 um den Ursprung
 - b) $|z^2(2 + i) + 1| \geq 1$ für $|z| = 1$
3. Beweisen Sie:

$$|z - 1| \leq |\sqrt{z^2 - 1}| < |z + 1| \quad \text{für } \Re(z) > 0$$

Aufgabe 1.2: Offene Mengen

Betrachten Sie die Menge M gegeben durch den offenen Kreis mit Radius $R = 2$ minus dem offenen Einheitskreis:

$$M = \{z : |z| < 2\} \setminus \{z : |z| < 1\}$$

Ist M offen? Welches sind alle inneren Punkte von M ? Ist $\mathbb{C} \setminus M$ zusammenhängend?

Aufgabe 1.3: Wurzeln in \mathbb{C}

1. Ermitteln Sie alle Lösungen der Gleichungen $z^4 = -1$ und $z^3 = i$.
2. Zeigen Sie, dass für alle Einheitswurzeln $z \neq 1$, d.h. Lösungen der Gleichung $z^n = 1$ mit $n \in \mathbb{N}$, gilt:

$$\sum_{k=0}^{n-1} z^k = 0.$$

Liste der Übungsgruppen

Gruppe	Zeit	email
Gruppe A	Di 8-10 in D01-112A	twuerfel@physik.uni-bielefeld.de
Gruppe B	Mi 14-16 in D6-135	aklaus@physik.uni-bielefeld.de