Übungen zur Theoretischen Physik II	**Blatt Nr. 02**	17.04.2018

[Abgabe 24.04. in V2-205 *vor* der Vorlesung]

Aufgabe 2.1: Erwartungswerte des gaußschen Wellenpaketes
Betrachten Sie das eindimensionale, gaußsche Wellenpaket $\psi(x,t)$ aus der Aufgabe 1.1. Bestimmen Sie die folgenden Erwartungswerte als Funktionen der Zeit t:

1. $\langle x \rangle$ und $(\Delta x)^2$
2. $\langle p \rangle$ und $(\Delta p)^2$
3. Die Breite von $\psi(x,t)$ gemessen durch Δx hängt von der Zeit ab. Wie lange dauert es, bis sich die Breite folgender Teilchen, die durch $\psi(x,t)$ aus Aufgabe 1.1. beschrieben werden sollen, verdoppelt:
   - ein Sandkorn mit $m \approx 1\text{mg}$ und $a \approx 1\text{mm}$
   - ein Alphateilchens ${}^4_2He^{++}$ mit $m \approx ?$ und $a \approx 10^{-13}$m

   Vergleichen Sie diese Zeiten mit dem Alter des Universums.

Aufgabe 2.2: Lösungen der freien Schrödingergleichung

1. Zeigen Sie durch direktes Einsetzen, dass die folgenden reellen Funktionen keine Lösungen der freien Schrödingergleichung sind: $\psi_1(x,t) = N\sin(kx - wt)$ und $\psi_2(x,t) = N\cos(kx - wt)$.
2. Verifizieren Sie, dass folgende Wellenfunktion $\psi(x,t) = Ne^{i(kx-wt)} - Ne^{-i(kx+wt)}$ die freie Schrödingergleichung löst, wenn gilt dass $w(k) = \hbar k^2/(2m)$. Zeigen Sie, dass $\psi(x,t) = 2iN\sin[kx]e^{-iwt}$ gilt und beschreiben Sie, was dies für eine Art von Welle ist.

Aufgabe 2.3: Impuls-Erwartungswert
Ein eindimensionales quantenmechanisches System befindet sich in folgendem, normierbaren stationären Zustand

$$\psi(x,t) = N \exp\left[\frac{i}{\hbar} p_0 x\right] \phi(x),$$

mit $\phi(x) \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass der Erwartungwert des Impulses gleich p_0 ist.