Übungen zur Theoretischen Physik II	**Blatt Nr. 03**	23.04.2019

[Abgabe 30.04. in H6 *vor* der Vorlesung mit Gruppen- und Tutorname]

Aufgabe 3.1: Unendlich tiefer Potentialtopf
In der Vorlesung wird die stationäre Schrödingergleichung für das folgende Kastenpotential betrachtet:

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{für} \quad |x| \le L/2 \,, \\ 0 & \text{für} \quad |x| > L/2 \,. \end{cases}$$

Es werden für $E < 0$ transzendente Gleichungen für die Energieeigenwerte von geraden und ungeraden Wellenfunktionen hergeleitet, die gebundene Zustände beschreiben.

1. Bilden Sie ausgehend von diesen Gleichungen den Limes $V_0 \to \infty$ und bestimmen Sie analytisch die erlaubten (subtrahierten) Energien $E + V_0$ sowie die dazugehörigen normierten Wellenfunktionen. Wie lautet die Energie des Grundzustandes $E_1 + V_0$?

2. Berechnen Sie Δx und Δp im Grundzustand $E_1 + V_0$ und verifizieren Sie die Heisenberg Unschärferelation. Was erhalten Sie für $(\Delta p)^2/2m$?

3. Skizzieren Sie die Wellenfunktionen für die drei niedrigsten Energiezustände.

Aufgabe 3.2: Schrödingergleichung für Moleküle mittels zweier δ-Potentiale
Der Hamiltonoperator mit Potential

$$V(x) = -\Omega[\delta(x+a) + \delta(x-a)] \,, \quad a, \Omega > 0$$

stelle ein grobes Modell für ein Molekül in einer Dimension dar. Bestimmen Sie die Energien der gebundenen Zustände durch Lösen der stationären, eindimensionalen Schrödingergleichung.

Aufgabe 3.3: Reflexionskoeffizient bei Streuung am Kastenpotential
In der Vorlesung wird die stationäre Schrödingergleichung für Streuung am Kastenpotential mit $E > 0$ gelöst.

1. Benutzen Sie die Ergebnisse der Vorlesung, um den Koeffizienten B der Wellenfunktion im Bereich I durch den Koeffizienten C sowie k_0, k und L auszudrücken. Zeigen Sie damit, daß sich der folgende Ausdruck für den Reflexionskoeffizienten ergibt:

$$R(E) = \frac{\left[\left(\frac{k_0}{k} - \frac{k}{k_0}\right)\frac{1}{2}\sin(kL)\right]^2}{1 + \left[\left(\frac{k_0}{k} - \frac{k}{k_0}\right)\frac{1}{2}\sin(kL)\right]^2}.$$

   Folgern Sie daraus, daß $T(E) + R(E) = 1$ gilt.

2. Diskutieren und skizzieren Sie das Verhalten von $R(E)$ als Funktion der Energie E, insbesondere das Verhalten bei $E = 0$ und den Resonanzenergieen.

3. Betrachten Sie nun ein umgekehrtes Potential mit $V_0 \to -V_0$ und $E \geq V_0 > 0$ und skizzieren sie diese Situation. Bilden Sie den Limes $E \to V_0$ des Transmissionskoeffizienten und zeigen Sie, daß das so erhaltene $T(V_0)$ in der Quantenmechanik endlich bleibt, obwohl das Ergebnis im klassischen Limes $\hbar \to 0$ verschwindet.