Blatt Nr. 03	Übungen zu den mathematischen Methoden der Physik	24.10.2017

[Besprechung in den Übungen am 07. u. 08.11.2017]

Aufgabe 3.1: Potenzreihen

1. Bestimmen Sie die Potenzreihe von $\log(1+z)$ um $z=0$ [Hinweis: nutzen Sie, dass Sie absolut konvergente Reihen termsweise ableiten können, und vergleichen Sie mit einer Ihnen bekannten Reihe].
2. Bestimmen Sie die Potenzreihen von $\log(z)$ um $z=1$ und $z=i$.
3. Was sind die Konvergenzbereiche dieser 3 Reihen? Skizzieren Sie diese in der komplexen Ebene.

Aufgabe 3.2: Trigonometrische Funktionen

1. Zeigen Sie, dass für beliebige $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$.
2. Bestimmen Sie alle Nullstellen von $\cosh(z)$ und $\sin(z)$ in der komplexen Ebene.
3. Drücken Sie die Umkehrfunktionen von $\cosh(z)$ und $\sin(z)$ durch den Hauptzweig des Logarithmus Log(z) aus.

Aufgabe 3.3: Ableitungen elementarer Funktionen

1. Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen von $z \in \mathbb{C}$ unter Benutzung ihrer Reihendarstellung aus der Vorlesung: $\cos(z), \sin(z), \cosh(z), \sinh(z)$.
2. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $\tanh(z) = w(z)$ auf zwei verschiedene Weisen: unter Benutzung der Definition und dem vorherigen Punkt, sowie unter Benutzung der Umkehrfuntion $z(w) = \frac{1}{2}\log[(1+w)/(1-w)]$.
3. Was ist die Ableitung von $f(z) = z^b$ und von $g(z) = a^z$ bezüglich z für beliebiges festes $a, b \in \mathbb{C}$?