

[Abgabe 08.05. vor der Vorlesung mit Gruppen- und Tutorname]

Aufgabe 4.1: Reflexionskoeffizient bei Streuung am Kastenpotential

In der Vorlesung wurde die stationäre Schrödingergleichung für Streuung am Kastenpotential mit $E > 0$ gelöst.

1. Benutzen Sie die Ergebnisse der Vorlesung, um den Koeffizienten B der Wellenfunktion im Bereich I durch den Koeffizienten C sowie k_0 , k und L auszudrücken. Zeigen Sie damit, daß sich der folgende Ausdruck für den Reflexionskoeffizienten ergibt:

$$R(E) = \frac{\left[\left(\frac{k_0}{k} - \frac{k}{k_0} \right) \frac{1}{2} \sin(kL) \right]^2}{1 + \left[\left(\frac{k_0}{k} - \frac{k}{k_0} \right) \frac{1}{2} \sin(kL) \right]^2}.$$

Folgern Sie daraus, daß $T(E) + R(E) = 1$ gilt.

2. Diskutieren und skizzieren Sie das Verhalten von $R(E)$ als Funktion der Energie E , insbesondere das Verhalten bei $E = 0$ und den Resonanzenergien.
3. Betrachten Sie nun ein umgekehrtes Potential mit $V_0 \rightarrow -V_0$ und $E \geq V_0 > 0$ und skizzieren sie diese Situation. Bilden Sie den Limes $E \rightarrow V_0$ des Transmissionskoeffizienten und zeigen Sie, daß das so erhaltene $T(V_0)$ in der Quantenmechanik endlich bleibt, obwohl das Ergebnis im klassischen Limes $\hbar \rightarrow 0$ verschwindet.

Aufgabe 4.2: Breit-Wigner-Formel

Die Resonanzenergien E_n werden durch die Bedingung $T(E_n) = 1$ definiert. Zeigen Sie ausgehend vom Ergebnis für den Transmissionskoeffizienten $T(E)$ in der Vorlesung, daß sich dieser in der Nähe von $E = E_n$ durch die berühmte Breit-Wigner-Formel nähern läßt,

$$T(E) \approx \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_n)^2 + (\Gamma/2)^2},$$

wobei Γ eine Konstante ist. In welchem Energiebereich stellt diese Gleichung eine zuverlässige Näherung von $T(E)$ dar?

Aufgabe 4.3: Lokalisierung im Kastenpotential

Von einem Teilchen sei bekannt, daß es sich in der linken Hälfte eines sehr tiefen Kastenpotentials aufhält (siehe Aufgabe 3.1.) und dort an jeder Stelle x mit gleicher Wahrscheinlichkeit anzutreffen ist.

1. Welche Wellenfunktion beschreibt diesen Zustand bei $t = 0$?
2. Wieso bleibt das Teilchen für spätere Zeiten nicht in der linken Hälfte lokalisiert?