Übungen zu Rechenmethoden der Physik	**Blatt Nr. 07**	23.05.2014

[Abgabe 30.05. in H12 **vor** der Vorlesung]
Bitte mit Namen, Vornamen und Ihrem Gruppenbuchstaben A-F

Aufgabe 7.1: Parameterabhängige Integrale (4 Punkte)

1. Berechnen Sie das Integral $J(a,b) \equiv \int_0^\infty dx\ e^{-bx} \cosh(ax)$.
   Für welche Werte von $a, b \in \mathbb{R}$ ist das Integral konvergent?
2. Können Sie ohne erneute Integration folgende Integrale angeben:
   $\int_0^\infty dx\ e^{-bx} \cos(ax)$, $\int_0^\infty dxx\ e^{-bx} \sinh(ax)$, $\int_0^\infty dxx\ e^{-bx} \cosh(ax)$
   Gelten dieselben Bedingungen an a, b für die Konvergenz des Integrals?

Aufgabe 7.2: Partielle Integration (3 Punkte)
Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale durch partielle Integration:

$$i) \int dx\ x^2 \sinh(cx)\ , \quad ii) \int dx\ x^m \ln(x)\ , \quad \text{mit} \quad m \in \mathbb{N}.$$

Leiten Sie eine Rekursionsformel in $n \in \mathbb{N}$ her für

$$iii) \int dx\ x^m (\ln(x))^n\ ,$$

die letztendlich (nach wievielen Schritten?) auf das Integral $ii)$ oben zurückführt.

Aufgabe 7.3: Linerare Differentialgleichung 1. Ordnung (5 Punkte)
In der Nähe der Erdoberfläche (konstantes Gravitationsfeld $g \approx 9.8$ m/s^2) ist die Bewegung eines Massepunktes mit Masse m in der Luft mit Reibungskoeffizient $\gamma > 0$ durch die Lösung der folgenden Newtonschen Bewegungsgleichung gegeben:

$$v'(t) = -\frac{\gamma}{m} v(t) - g\ .$$

1. Bestimmen Sie zunächst die allgemeine Lösung der homogenen Gleichung.
2. Finden Sie eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung und schreiben Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Gleichung auf.
3. Stellen Sie die Anfangsbedingung $v(t_0) = v_0$ an Ihre Lösung.
4. Gibt es eine Grenzgeschwindigkeit $v(t \gg 1)$ und wenn ja wie hängt diese von v_0 ab? Bestimmen Sie die Grenzgeschwindigkeit im Limes verschwindender Reibung $\gamma \to 0$.