

[Übungsgruppen Donnerstag 18.12. 08-10 und 16-18 in D6-135]

Aufgabe 8.1: Identitäten für Gamma-Matrizen

Zeigen Sie ausgehend von $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$ folgende Identitäten aus der Vorlesung:

1. $\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4\eta^{\mu\nu}$,
2. $\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho] = 0$,
3. $\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma] = 4(\eta^{\mu\nu} \eta^{\rho\sigma} - \eta^{\mu\rho} \eta^{\nu\sigma} + \eta^{\mu\sigma} \eta^{\nu\rho})$.

Aufgabe 8.2: Myon Paarerzeugung

Die Amplitude \mathcal{M} für Myon Paarerzeugung $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$ mit den jeweiligen ein- bzw. auslaufenden Vierer-Impulsen und Spins (p_j, σ_j) , $j = 1, 2, 3, 4$ zu e^-, e^+, μ^-, μ^+ lautet

$$\mathcal{M} = \frac{-e^2}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{v}(\vec{p}_2, \sigma_2) \gamma_\mu u(\vec{p}_1, \sigma_1)] [\bar{u}(\vec{p}_3, \sigma_3) \gamma^\mu v(\vec{p}_4, \sigma_4)] .$$

1. Zeichnen Sie das dazugehörige Feynman Diagramm.
2. Berechnen Sie $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ in Analogie zur Rechnung in der Vorlesung.
3. Leiten Sie durch Einsetzen in Aufgabe 6.4 und Integration den in der Vorlesung angegebenen totalen Wirkungsquerschnitt her:

$$\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_{EM}^2}{s} \sqrt{\frac{1 - 4m_\mu^2/s}{1 - 4m_e^2/s}} \left(1 + \frac{2m_\mu^2}{s}\right) \left(1 + \frac{2m_e^2}{s}\right) .$$

Aufgabe 8.3: Zahl der Farben N_C

In der Vorlesung hatten wir aufgrund der Näherung für den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(e^+ + e^- \rightarrow q_i + \bar{q}_i) \approx Q_i^2 \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\alpha_{EM}}{E}\right)^2 \Theta(\sqrt{s} - 2m_{q_i})$ den folgenden Quotienten bestimmen können:

$$R(E) \equiv \frac{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \mu^-)} .$$

Bestätigen Sie die in der Vorlesung angegebenen Plateauwerte $\frac{p}{q} N_C$. Gibt es weitere Plateaus, mit $\frac{p}{q} = ?$ Für welche Energiebereiche (in GeV) gelten die jeweiligen Plateaus?

Aufgabe 8.4: Tiefinelastische Streuung und Bjorken- x

1. Leiten Sie her, wie für gegebenes E die beiden neuen Variablen Q_E^2 und x von den alten Variablen E' und θ abhängen.
2. Zeigen Sie, dass für das Bjorken- x gilt: $0 \leq x \leq 1$.