

[Besprechung in den Übungen am 13. u. 14.12.2016]

Aufgabe 8.1: Integration mittels Argumentprinzip

Benutzen Sie das Argumentprinzip aus der Übung 7.4, um folgendes Integral über $\gamma : |z| = 2$ zu berechnen:

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} dz \frac{f'(z)}{f(z)} \quad \text{mit} \quad f(z) = \frac{z^2 + 1}{z^3} .$$

Überprüfen Sie das Resultat durch die direkte Anwendung des Residuensatzes.

Wie müssten Sie die Kontur wählen, um nur die Pole zu zählen?

Aufgabe 8.2: Integration mit Schnitt

Berechnen Sie das folgende Integral als komplexes Konturintegral,

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\log(x - i)}{(x + i)^2} ,$$

indem Sie den Schnitt des Logarithmus entlang der imaginären Achse legen und den Weg entlang der reellen Achse nach oben mit Kontur α_R aus der Vorlesung schliessen. Vergleichen Sie mit dem Resultat aus der Vorlesung.

Aufgabe 8.3: Heaviside Stufenfunktion

Verifizieren Sie die folgende formale Darstellung der Heavisideschen Stufenfunktion:

$$\Theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dw \exp[iwt]}{2\pi i (w - i\epsilon)}$$

Hierbei ist $\epsilon > 0$ eine beliebig kleine positive reelle Zahl.