

[Abgabe 06.06. in H12 vor der Vorlesung]

Bitte mit Namen, Vornamen und Ihrem Gruppenbuchstaben A-F**Aufgabe 8.1: Nichtlineare Differentialgleichungen 1. Ordnung (8 Punkte)**

Benutzen Sie die in der Vorlesung eingeführten Methoden (u.a. Skript S. 63-65), um die folgenden Gleichungen zu lösen:

1. Bernoullische Differentialgleichung:

$$y'(x) = -2x y(x) + q y(x)^2$$

Drücken Sie die Lösung durch elementare und in der Vorlesung eingeführte Funktionen aus (s. z.B. Skript S. 50).

2. Exaktes Differential:

$$y'(x) = - \frac{y(x)^2 + 3x^2}{2x y(x)}$$

3. Separierbare Gleichung:

$$xy'(x) = c y(x)^n, \quad n \in \mathbb{N}$$

4. Separierbare Gleichung (Hinweis: substituieren Sie y/x):

$$y'(x) = \frac{y(x)}{x} + \exp\left(\frac{y(x)}{x}\right)$$

Aufgabe 8.2: Homogener Differentialoperator (4 Punkte)

Ein linearer Differentialoperator L heißt homogen vom Grad k , wenn $L(ax) = a^k L(x)$. Betrachten Sie die lineare Differentialgleichung

$$x^2 y''(x) + bxy'(x) + cy(x) = 0.$$

1. Ist der Operator $L = ?$ zu dieser sogenannten Cauchy-Euler Gleichung homogen, und wenn ja von welchem Grad?
2. Lösen Sie Gleichung mit einem Potenzansatz $y(x) = x^\alpha$ für den Fall daß gilt: $b^2 + 1 - 2b - 4c \geq 0$. (Hinweis: benutzen Sie die Variation der Konstanten im Falle einer möglichen Entartung.)