

[Übungsgruppen Donnerstag 08.01. 08-10 und 16-18 in D6-135]

Aufgabe 9.1: Die laufende Kopplung in der QCD

Die energieabhängige Kopplungskonstante der QCD, $g_s(Q_E)$, erfüllt näherungsweise die folgenden Differentialgleichung:

$$Q_E \frac{d}{dQ_E} g_s^2 = -2b_0 g_s^4, \quad \text{für } Q_E \gg 1\text{GeV},$$

mit $b_0 = (11N_c - 2N_f)/48\pi^2$. Ermitteln Sie die allgemeine Lösung für $N_c = 3 = N_f$.

Aufgabe 9.2: Die QCD Skala Λ_{QCD}

Diese wird durch

$$\Lambda_{QCD} \equiv \lim_{Q_E \rightarrow \infty} Q_E \exp \left[\frac{-1}{2b_0 g_s^2(Q_E)} \right]$$

definiert, wobei $g_s(Q_E)$ die in der vorherigen Aufgabe 9.1 ermittelte Lösung ist. Experimente haben ergeben, dass bei $Q_E = 91\text{GeV}$ gilt: $\alpha_s = g_s^2/4\pi \approx 0.12$. Welchen Wert erhalten Sie damit für Λ_{QCD} ?

Aufgabe 9.3:

Betrachten Sie elastische Pion-Nukleon Streuung. Es gibt 6 mögliche Prozesse:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p, \quad \pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p, \quad \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p, \quad (1)$$

$$\pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n, \quad \pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n, \quad \pi^- + n \rightarrow \pi^- + n. \quad (2)$$

Wieviele unabhängige Amplituden gibt es unter der Annahme, dass Isospin eine exakte Symmetry ist? (Pionen haben $I = 1$, Nukleonen $I = 1/2$.)

Aufgabe 9.4:

In der Vorlesung wurden zwei neutrale Kaonen definiert, $K^0 = d\bar{s}$ und $\bar{K}^0 = s\bar{d}$. Diese haben die folgenden Eigenschaften unter Parität \hat{P} und Ladungskonjugation \hat{C} :

$$\hat{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle, \quad \hat{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle, \quad (3)$$

$$\hat{C}|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle, \quad \hat{C}|\bar{K}^0\rangle = +|K^0\rangle. \quad (4)$$

Können Sie Linearkombinationen finden, die eigenzustände von $\hat{C}\hat{P}$ sind? Welcher dieser Zustände kann in zwei, welcher in drei Pionen zerfallen, wenn $\hat{C}\hat{P}$ erhalten ist? Warum können diese Reaktionen nicht innerhalb der QCD auftreten?