

[Abgabe 13.06. in H12 vor der Vorlesung]

Bitte mit Namen, Vornamen und Ihrem Gruppenbuchstaben A-F

Aufgabe 9.1: Inhomogene Schwingungsgleichung (4 Punkte)

Lösen Sie die beiden folgenden inhomogenen Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$$y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = f(x) ,$$

mit $f(x) = \exp(2x)$ und $f(x) = \exp(-2x)$.

1. Lösen Sie zunächst die gemeinsame homogene Gleichung.
2. Bestimmen Sie dann die entsprechende Lösung der inhomogenen Gleichung durch geeigneten Ansatz.

Aufgabe 9.2: System von Differentialgleichungen (4 Punkte)

Gegeben sei folgende Differentialgleichung:

$$y(x)''' - 2by(x)'' - cy(x)' = d ,$$

mit $b, d \in \mathbb{R}$ und $c > 0$.

1. Lösen Sie zunächst die homogene Gleichung durch Aufstellen eines Systems von Differentialgleichungen 1. Ordnung wie in der Vorlesung. Welche Auswirkung hat die Bedingung $c > 0$?
2. Bestimmen Sie dann eine Lösung der inhomogenen Gleichung und geben Sie die vollständige Lösung für $y(x)$ an.

Aufgabe 9.3: Gradient und Äquipotentialfläche (4 Punkte)

Gegeben sei das Skalarfeld $\varphi(x, y, z) = x^3 + y^4z + 8xz^2$, das $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ abbildet.

1. Zeigen Sie, daß der Vektor $\vec{a} = (0, 1, -1)$ auf der Niveaufäche $\varphi(x, y, z) = -1$ liegt und bestimmen Sie $\vec{\nabla}\varphi(x, y, z)$ zunächst allgemein, und dann an der Stelle \vec{a} .
2. Berechnen Sie den Einheitsvektor \vec{n} , der senkrecht zu dieser Niveaufäche im Punkt \vec{a} steht, sowie 2 linear unabhängige Einheitsvektoren $\vec{t}_{1,2}$, die in der Tangentialebene zur Niveaufäche in \vec{a} liegen.