

[Besprechung in den Übungen am 16. u. 17.01.2018]

Aufgabe 11.1: Beispiele Fourierreihen

Bestimmen Sie die Fourier-Koeffizienten c_k der Fourierreihen $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}$ der folgenden, periodisch fortgesetzten Funktionen

1. $f(x) = \cos^2(x)$ mit $x \in [-\pi, \pi]$
2. $f(x) = x^2$ mit $x \in [-\pi, \pi]$
3. $f(x) = x$ mit $x \in [-\pi, \pi]$
4. $f(x) = |x|$ mit $x \in [-\pi, \pi]$

Aufgabe 11.2: Eigenschaften der Fouriertransformation

Zeigen Sie, dass folgende beiden Aussagen äquivalent sind:

- $\tilde{f}(-k) = +\tilde{f}(k)^*$ und $f(x)$ ist reell
- $\tilde{f}(-k) = -\tilde{f}(k)^*$ und $f(x)$ ist rein imaginär

Aufgabe 11.3: Beispiele Fouriertransformation

Berechnen Sie die Fouriertransformation der folgenden Funktionen:

1. $f(x) = \sqrt{c/\pi} \exp[-cx^2]$ für $c > 0$
2. $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| < a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$
3. Benutzen Sie die Eigenschaft der Fouriertrafo bezüglich Integration aus der Vorlesung, um folgendes, bekanntes Integral (s. S.59) zu bestimmen:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \sin^2(x)/x^2 .$$

Aufgabe 11.4: Fouriertrafo und Integration im Komplexen

Beweisen Sie, dass folgende Fouriertrafo gilt:

$$\frac{h}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{1}{E - i\Gamma/2 - hk} e^{-ikt} = \begin{cases} \exp[-\Gamma t/(2h)] \exp[-iEt/h], & t > 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

[Diese taucht in einer Vielzahl von Problemen in der Quantenmechanik auf.]