

[ Abgabe 04.07. in H12 vor der Vorlesung ]

**Bitte mit Namen, Vornamen und Ihrem Gruppenbuchstaben A-F****Aufgabe 12.1: Fluß durch eine Halbkugel** (6 Punkte)

Wir betrachten eine Halbkugel mit Radius  $R$  und Grundfläche in der  $xy$ -Ebene, wie in der Vorlesung. Sie ist gegeben durch  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$  mit  $z \geq 0$ .

1. Berechnen Sie den Fluß des wirbelfreien Stroms  $\vec{j} = \vec{r}$  durch diese Halbkugel. Sie dürfen die Parametrisierung in Polarkoordinaten aus der Vorlesung benutzen.  
Können Sie ihr Ergebnis geometrisch mit Skizze begründen, ohne zu Rechnen?
2. Wiederholen Sie die Berechnung des Flusses durch die Halbkugel, diesmal für den quellenfreien Strom  $\vec{k} = \vec{w} \times \vec{r}$ , mit  $\vec{w} = w\vec{e}_z$  parallel zur  $z$ -Achse. Warum kommt Null heraus?

**Aufgabe 12.2: Volumenintegral** (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Wert des folgenden Volumenintegrals

$$I = \int_V dx dy dz \frac{1}{(x + y + z + 1)^3},$$

wobei das Volumen  $V$  durch die  $xy$ -,  $yz$ - und  $xz$ -Ebene sowie durch die Ebene gegeben durch  $x + y + z = 1$  eingeschlossen ist. Skizzieren Sie zunächst  $V$  bevor Sie  $I$  berechnen.

**Aufgabe 12.3: Koordinatenwechsel in 2 Dimensionen** (2 Punkte)

Wir betrachten 2-dimensionale Integrale der Form

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy f(x + y)g(x - y).$$

1. Berechnen Sie die Jacobideterminante für die neuen Variablen  $u = x - y$  und  $v = x + y$ . Diese heißen auch Lichtkegelkoordinaten.
2. Geben Sie das Integral in den neuen Variablen an. Warum vereinfacht dies dessen Berechnung?