

[Übungsgruppen Donnerstag 05.02. 08-10 und 16-18 in D6-135]

Aufgabe 13.1: Phase der Yukawa-Kopplung

Betrachten Sie einen Massenterm der Form

$$\mathcal{L}_{m_u} = -\frac{v}{\sqrt{v}} [h_u \bar{u}_L u_R + h_u^* \bar{u}_R u_L].$$

Mit welcher Phasentransformation des Quarkfeldes u kann h_u als eine reelle Kopplungskonstante gewählt werden? [Diese wird auch chirale Transformation genannt.]

Aufgabe 13.2: Lorentztransformationen der Weyl-Spinoren

Die Weyl-Spinoren $\psi_{L,R}$ sind Spin 1/2-Darstellungen der Lorentz-Gruppe und transformieren sich wie folgt unter Rotationen: $\psi_{L,R}(x) \rightarrow \psi'_{L,R}(x') = \exp[i\vec{\sigma}\vec{w}/2]\psi_{L,R}(x)$.

Da $\psi_{L,R}$ durch Paritätstransformation ineinander übergehen, $P: \psi_L \leftrightarrow \psi_R$, transformieren sie unterschiedlich unter den vollen Lorentztransformationen $\Lambda_{L,R}$, die boosts beinhalten:

$$\psi_L(x) \rightarrow \psi'_L(x') = \Lambda_L \psi_L(x) = \exp[i\vec{\sigma}(\vec{w} - i\vec{v})/2] \psi_L(x)$$

$$\psi_R(x) \rightarrow \psi'_R(x') = \Lambda_R \psi_R(x) = \exp[i\vec{\sigma}(\vec{w} + i\vec{v})/2] \psi_R(x)$$

Zeigen Sie unter Benutzung der Eigenschaften der Pauli-Matrizen $\vec{\sigma}$ dass sich $\sigma^2 \psi_L^*$ mit Λ_R transformiert [und entsprechend transformiert $\sigma^2 \psi_R^*$ mit Λ_L].

Aufgabe 13.3: Vereinheitlichung mit zusätzlicher Dimension

Lange bevor starke und schwache WW bekannt waren gab es bereits Versuche, die elektromagnetische WW mit der Gravitation zu vereinheitlichen [G. Nordström, 1914]. Dieser Entwurf enthielt neben den Maxwell-Gleichungen ein skalares Spin 0 Feld Φ als Kandidat für das Graviton (welches nach der Einsteinschen Theorie Spin 2 hat).

1. Schreiben Sie die Maxwell-Gleichungen in 1+4 Dimensionen (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)
2. Zeigen Sie, dass zu gegebenem Eich-Potential $A_\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 = \Phi)$ unter der Annahme der x_4 -Unabhängigkeit aller A_μ die Maxwell-Gleichungen in 1+3 Dimensionen sowie eine weitere Gleichung für Φ folgen
3. Können Sie sich vorstellen, wie die Annahme der x_4 -Unabhängigkeit gerechtfertigt werden könnte?