Übungen zur Theoretischen Physik II	**Blatt Nr. 14**	10.07.2018

[Abgabe 17.07. *vor* der Vorlesung mit Gruppen- und Tutorname]

Aufgabe 14.1: Lorentz-Kontraktion

1. Wir betrachten einen Eisenbahntunnel mit Länge L_T (in seinem Ruhesystem). An beiden Enden des Tunnels befindet sich jeweils ein Tor, das instantan geöffnet oder geschlossen werden kann. Die beiden Tore können jedoch nicht einzeln angesteuert werden. Um ein Tor zu öffnen, muss die Tunnelwarte gleichzeitig ein Signal senden, das das andere Tor schließt. (Ob das sinnvoll wäre, ist eine andere Frage. Vielleicht soll es im Tunnel nicht ziehen.) Das Signal an die beiden Tore wird dabei exakt aus der Mitte des Tunnels gesendet. Es nähert sich jetzt mit konstanter Geschwindigkeit ein Zug der Länge L_Z (im Ruhesystem des Zuges), mit $L_Z > L_T$.

   (a) Welche Geschwindigkeit v muss der Zug mindestens haben, um (bei gutem Timing der Tore) den Tunnel passieren zu können?

   (b) Nehmen wir jetzt an, der Zug hätte exakt die notwendige Geschwindigkeit v aus Aufgabe (a), würde also aus Sicht der Tunnelwarte gerade so passieren können. Aus Sicht des Zuges erscheint allerdings durch die Längenkontraktion nicht der Zug, sondern der Tunnel verkürzt. Ist ein Unfall also unvermeidbar? Wie ist dieser (scheinbare) Widerspruch aufzulösen?

Aufgabe 14.2: Anharmonischer Oszillator in 1D
Wir betrachten folgende Störung des eindimensionalen harmonischen Oszillators

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}mw^2\hat{x}^2 + g\frac{m^2w^3}{4\hbar}\hat{x}^4$$

- Benutzen Sie die bekannte Lösung des harmonischen Oszillators aus der Vorlesung, um die Korrektur zu den Energieen in der 1. Ordnung Störungstheorie zu bestimmen.

- Aus der Literatur [C.M. Bender, T.T Wu, Phys. Rev. D7 (1973), 1620] sei bekannt, daß für große Ordnungen $m \gg n$ folgende Beziehung gelte:

  $$E_n^{(m)} \sim \hbar w \frac{12^n}{n!}\left(-\frac{3}{4}\right)^m \Gamma(n+m+1/2) ,$$

  ausgedrückt durch die Gamma-Funktion. Welche Konsequenz hat dies für die Konvergenz der Störungsreihe? Skizzieren Sie dazu das gesamte Potential für $g \geq 0$ und $g < 0$.

Aufgabe 14.3: Addition von Geschwindigkeiten
Zeigen Sie durch explizites Nachrechnen, daß das Hintereinanderausführen zweier Lorentz-Transformationen mit Geschwindigkeiten v_1 und v_2 in die gleiche Richtung äquivalent ist zu einer einzigen Lorentz-Transfomation mit der Geschwindigkeit

$$\frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2/c^2} \ .$$