Aufgabenblatt 12

Aufgabe 1

Bestimmen sie die Gradienten der folgenden Felder $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$.
Bei Aufgabenteil d) gilt $\vec{r} = (x; y; z)$.

a) yz

b) $x^3 + 2xyz$

c) $\sin(x)\cos(y) + \tan(\omega t)$

d) $\frac{1}{||\vec{r}||}$

Aufgabe 2

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y, z) = (3x^2 + y^{3/2} - z^{4/2}) \cdot \log(x + \sqrt{y})$. Bestimmen Sie jeweils die partiellen Ableitungen von f nach x, y und z und bilden Sie $\nabla(f)$

Aufgabe 3

Wiederholen Sie das Beispiel aus der Vorlesung (Gradient bestimmen, an einigen Punkten (z.B. (1;1) oder (1;-1)) Richtung des Gradients ermitteln und Gradient am höchstens Punkt bestimmen) mit dem "großen Exponenten":

$$h(x, y) = \exp(-x^2 - y^2)$$

Können Sie auch eine geschlossene Form für die Höhenlinien (feste Höhe h_0) dieses Berges angeben?

Aufgabe 4*

Wir sind in dem Gebirge „Tiefer Arcus Tanges" und sehen das Höhenprofil $h = h_0 \arctan(e^{-x} + y^2)$ (Hier: x ist die Ost und y die Nord Richtung). Welchen ungefähren Verlauf hat die Höhenlinien mit $e^{-x} + y^2 = 2$ und in welche Richtung geht es bergauf (Skizze!)? Längs welcher Kurve zeigt der Gradient ∇h genau nach Westen? (Hinweis: $\tan'(x) = 1 + \tan^2(x)$)

Hausübung

Finden Sie heraus, wer oder was ein "Quabla" ist.