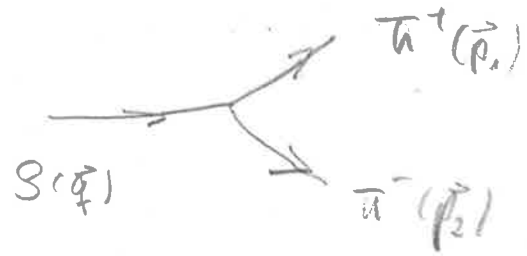
also



$\rho: \; Q \equiv (E_{\vec{q}} = \sqrt{\vec{q}^2 + m_\rho^2}, \vec{q})$

mit 4er Impuls $\pi^\pm: \; P_{\frac{1}{2}} = (E_{\vec{p}_{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\vec{p}_{\frac{1}{2}}^2 + m_\pi^2}, \vec{p}_{\frac{1}{2}})$

* wir erwarten <u>Energie-Impuls-Erhaltung</u> $\delta^{(4)}(P_1 + P_2 - Q)$

* wir nehmen eine WW der Folgenden Form an:

$$g \hat{V}_I(t) \overset{!}{=} \underset{\substack{\uparrow \\ \vec{x},t \text{ unabh., aber } \vec{p} \text{ abh.}}}{\mathcal{M}} \int d\vec{x}^3 \, \phi^+(\vec{x},t)\, \phi(\vec{x},t)\, \rho(\vec{x},t)$$

, ist Hermitesch für $\rho_{\in \mathbb{R}}$ reelles Skalarfeld

$$\Rightarrow S_{fi} - \delta_{fi} = -i \langle \pi^+(\vec{p}_1), \pi^-(\vec{p}_2) | \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d\vec{x}^3 \, \mathcal{M} \hat{\phi}^+ \phi \rho \; | \rho(\vec{q}) \rangle + \mathcal{O}(g^2)$$

mit $\hat{\phi}(\vec{x},t) = \int \frac{d^3 p_1'}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_1'}}} \left[\underset{\substack{\uparrow \\ \text{einlaufend } \pi^-}}{\hat{a}_{\vec{p}_1'}} e^{-ip_1' x} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{erzeugt, auslaufendes Antiteilchen } \pi^+}}{\hat{b}^+_{\vec{p}_1'}} e^{ip_1' x} \right]$ Komplexe Lsg von KG

$\hat{\phi}^+(\vec{x},t) = \int \frac{d^3 p_2'}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_2'}}} \left[\underset{\substack{\uparrow \\ \text{erzeugt, auslaufendes Teilchen } \pi^-}}{\hat{a}^+_{\vec{p}_2'}} e^{+ip_2' x} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{einlaufend } \pi^+}}{\hat{b}_{\vec{p}_2'}} e^{-ip_2' x} \right]$

$\hat{\rho}(\vec{x},t) = \int \frac{d^3 q'}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{q}'}}} \left[\underset{\substack{\uparrow \\ \text{vernichtet, einlaufendes Teilchen } \rho}}{\hat{c}_{\vec{q}'}} e^{-iQ' x} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{auslaufendes } \rho}}{\hat{c}^+_{\vec{q}'}} e^{+iQ' x} \right]$, reelle Lsg von KG

ferner benutzen wir folgende <u>Darstellung</u> für Anfangs- und Endzustand

$|\rho(\vec{q})\rangle = \hat{c}^+_{\vec{q}} |0\rangle$, entsprechend gilt $\langle \rho(\vec{q})| = \langle 0 | \hat{c}_{\vec{q}}$

d.h. wir haben als <u>Normierung</u> $\langle \rho(\vec{q}) | \rho(\vec{q}) \rangle = \langle 0 | \hat{c}_{\vec{q}} \hat{c}^+_{\vec{q}} |0\rangle$

$$\overset{\text{Kommutator}}{=} \langle 0 | \underset{\text{gibt } 0}{\hat{c}^+_{\vec{q}}} \underset{\text{gibt } 0}{\hat{c}_{\vec{q}}} |0\rangle + \langle 0 | \delta^{(3)}(\vec{q}-\vec{q}) |0\rangle = \delta^{(3)}(0) \underbrace{\langle 0|0\rangle}_{1}$$

sowie $\langle \pi^+(\vec{p}_1), \overline{\pi}(\vec{p}_2)| = \langle 0| \hat{b}_{\vec{p}_1} \hat{a}_{\vec{p}_2}$ entsprechend. ($\hat{a}, \hat{b}$ vertauschen!)

* nach Einsetzen von allen Ausdrücken bekommen wir nur Beiträge zu $S_{fi} - \delta_{fi}$ von: $[\hat{c}^+_{\vec{q}'}, \hat{c}_{\vec{q}}] = \delta^{(3)}(\vec{q}' - \vec{q})$

$$[\hat{b}_{\vec{p}_1}, \hat{b}^+_{\vec{p}_1'}] = -\delta^{(3)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_1')$$

$$[\hat{a}_{\vec{p}_2}, \hat{a}^+_{\vec{p}_2'}] = -\delta^{(3)}(\vec{p}_2 - \vec{p}_2')$$

$$\overset{i}{\Rightarrow} S_{fi} - \delta_{fi} = -i\int_{-\infty}^{+\infty} dt \int d^3x \, \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{q}}}\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_1}}\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_2}}} \, e^{i(P_1 + P_2 - Q)\cdot x}$$

$$= -i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_1 + P_2 - Q) \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{\;}\sqrt{\;}\sqrt{\;}}$$

Amplitude

Transfermatrixelement T_{fi}

Energie-Impuls Erhaltung automatisch!

* Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$|S_{fi} - \cancel{\delta_{fi}}|^2 = (2\pi)^8 \delta^{(4)}(P_1 + P_2 - Q)\, \delta^{(4)}(0) \frac{|\mathcal{M}|^2}{(\sqrt{\;}\sqrt{\;}\sqrt{\;})^2}$$

wird meist weggelassen, betrachte nur nichttrivialen Anteil ohne δ_{fi}

in Analogie $\frac{V \cdot T}{(2\pi)^4}$ im Impulsraum

* um die Zerfallsrate Γ zu bestimmen müssen wir

— über alle auslaufenden Impulse $\vec{p}_1$ und $\vec{p}_2$ integrieren,

$\Rightarrow$ Wahrscheinlichkeit $= \int d^3p_1\, d^3p_2\, |S_{fi}|^2$

— mit T normieren: $\Gamma = \left(\frac{\quad \text{''} \quad}{T}\right) \cdot \left(\frac{V}{(2\pi)^3}\right)^{-1}$

— durch die Normierung von $\langle S|S\rangle = \delta^{(3)}(0)$ teilen $= \frac{V}{(2\pi)^3}$

$$\Rightarrow \boxed{\Gamma_{\rho^0\to\pi^+\pi^-} = \frac{1}{2E_{\vec q}} \int d^3p_1 \int d^3p_2 \; \frac{(2\pi)^4\,\delta^{(4)}(P_1+P_2-Q)\,|\mathcal{M}|^2}{(2\pi)^3\,2E_{\vec p_1}\;(2\pi)^3\,2E_{\vec p_2}}}$$

das ist "Fermis goldene Regel" für Zerfälle

* falls mehr Endprodukte vorliegen (n), ergibt sich analog

$$\Gamma_{\rho\to 1,2,\dots,n} = \frac{1}{2E_{\vec q}}\, C \int d\Pi_n\, |\mathcal{M}|^2$$

mit $\int d\Pi_n = \int \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{d^3p_i}{(2\pi)^3\,2E_{\vec p_i}}\right) (2\pi)^4\,\delta^{(4)}\left(\sum_{i=1}^{n} P_i - Q\right)$ ⓐ

der Phasenraumintegration – diese können wir durchführen (Ü)

und C einem "statistischen" Faktor. Für j identische Teilchen

ergibt sich z. B. $C = \frac{1}{j!}$

ⓐ jeder einzelne Faktor läßt sich wie folgt Lorentz kovariant schreiben:

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3\,2E_{\vec p}} = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\, 2\pi\,\delta(p^\mu p_\mu - m^2)\,\Theta(p^0) \qquad \text{Ü}$$

$$\Theta(y) = \begin{cases} 1 & y>0 \\ 0 & y<0 \end{cases} \quad \text{Heaviside Funktion (Stufenfkt.)}$$

Streuung – Grundbegriffe

- elastische Streuung: $1+2 \rightarrow 1+2$
  (einlaufende = auslaufende Teilchen)

- inelastische Streuung $1+2 \rightarrow 1+2+3+\ldots$
  oder $\rightarrow 3+4$

  $\exists$ zusätzliche oder andere auslaufende Teilchen

- bei einem exklusiven Prozeß werden alle Endprodukte untersucht/gemessen

- bei einem inklusiven Prozeß wird nur ein Teil der Endprodukte untersucht z.B. $1+2 \rightarrow 3+\ldots$

- Wirkungsquerschnitt σ (WW ist lokalisiert)

  klassisch: die Größe des Ziels wie sie vom einlaufenden Teilchen gesehen wird, z.B. bei Streuung an einer Kugel die Kreisfläche

  quantenmechanisch: σ wird Energieabhängig! Wenn z.B. Licht aus der Lyman- oder Balmerserie am H-Atom gestreut wird, ist σ viel größer (resonante Streuung) als wenn mit Licht gestreut wird, welches keinem Übergang entspricht.

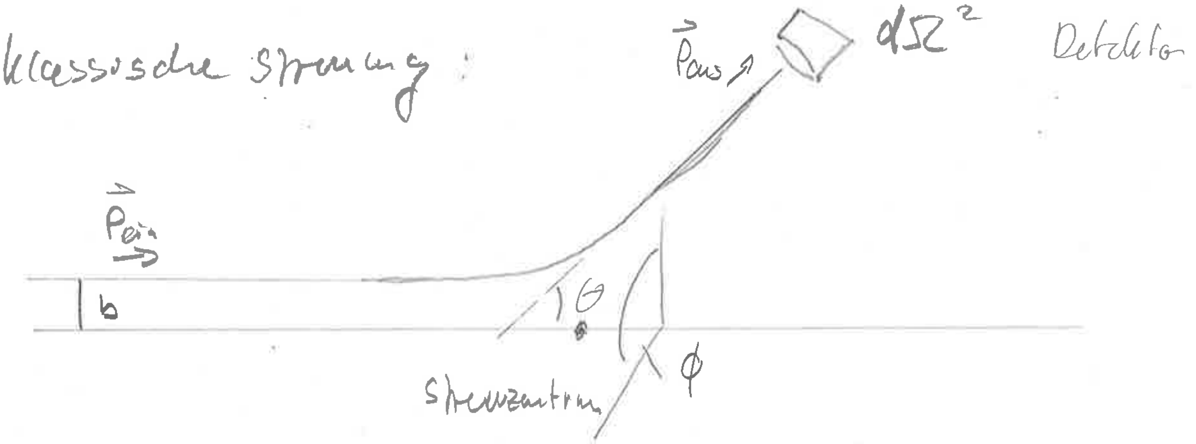
  Stoßparameter b (klassisch): ist der Abstand vom Streuzentrum, bei dem das einlaufende Teilchen sein Ziel verfehlt hätte (d.h. keine Streuung stattfindet); Bsp Kugel: $b=R$ Radius.

- Streuwinkel θ : Ablenkung von der ursprünglichen Bewegungsrichtung

- oft benutzte Einheit für σ : $1\,\text{barn} = 10^{-24}(\text{cm})^2 = (10\,\text{fm})^2$

(engl. Scheune)

klassische Streuung:



$d\Omega = \sin\theta\, d\theta\, d\phi$ Raumwinkel (in 3 Raumdimensionen)

$$\int d\Omega = \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$$

- Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ist definiert durch

$$\boxed{\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt} = L_{ein}\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d^2N_{ein}}{dA\,dt}\cdot\frac{d\sigma}{d\Omega}}$$

wobei $\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\,dt}$ = die Anzahl der beobachteten auslaufenden Teilchen pro Zeiteinheit dt pro Raumwinkelelement $d\Omega$ um die Richtung θ, ϕ

$L_{ein} = \frac{d^2N_{ein}}{dA\,dt}$ ist die Luminosität, d.h. die Anzahl der einlaufenden Teilchen pro Zeiteinheit dt und pro Flächeneinheit dA

Einheiten: $\left[\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\,dt}\right] = \frac{1}{s}$, $\left[L_{ein}\right] = \frac{1}{m^2 t}$ $\Rightarrow$ $\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right] = m^2$ Fläche