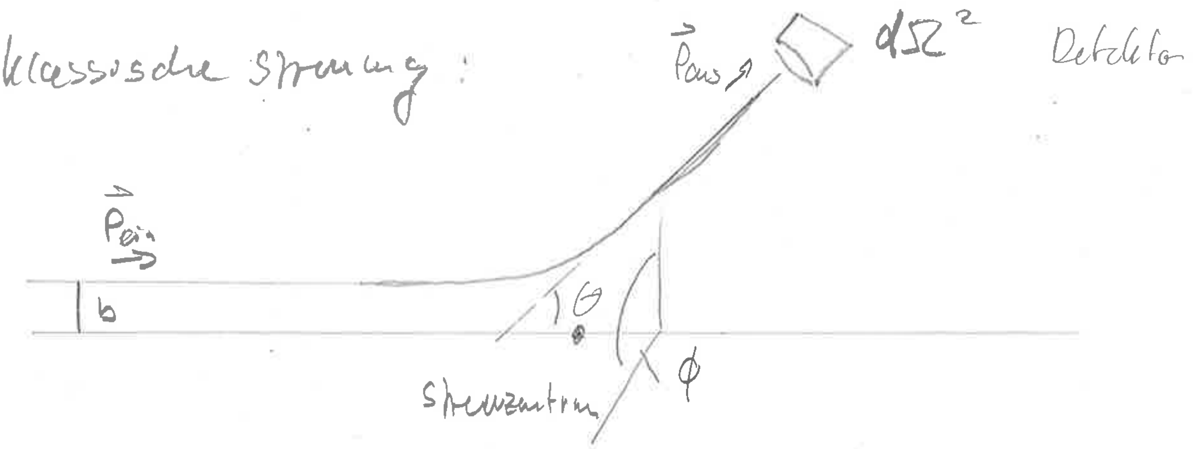
• Streuwinkel Θ : Ablenkung von der ursprünglichen Bewegungsrichtung

• oft benutzte Einheit für σ : $1\,\text{barn} = 10^{-24}\,(\text{cm})^2 = (10\,\text{fm})^2$ (engl. Scheune)

klassische Streuung:



$d\Omega = \sin\Theta\, d\Theta\, d\phi$ Raumwinkel (in 3 Raumdimensionen)

$\int d\Omega = \int_0^{\pi} d\Theta \sin\Theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$

• Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ ist definiert durch

$$\boxed{\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt} = L_{ein}\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d^2N_{ein}}{dA\, dt}\cdot\frac{d\sigma}{d\Omega}}$$

wobei $\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt}$ = die Anzahl der beobachteten auslaufenden Teilchen pro Zeiteinheit dt und pro Raumwinkelelement $d\Omega$ um die Richtung Θ, ϕ

$L_{ein} = \frac{d^2N_{ein}}{dA\, dt}$ ist die Luminosität, d.h. die Anzahl der einlaufenden Teilchen pro Zeiteinheit dt und pro Flächeneinheit dA

Einheiten: $\left[\frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt}\right] = \frac{1}{s}$, $[L_{ein}] = \frac{1}{m^2 t}$ $\Rightarrow$ $\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right] = m^2$ Fläche

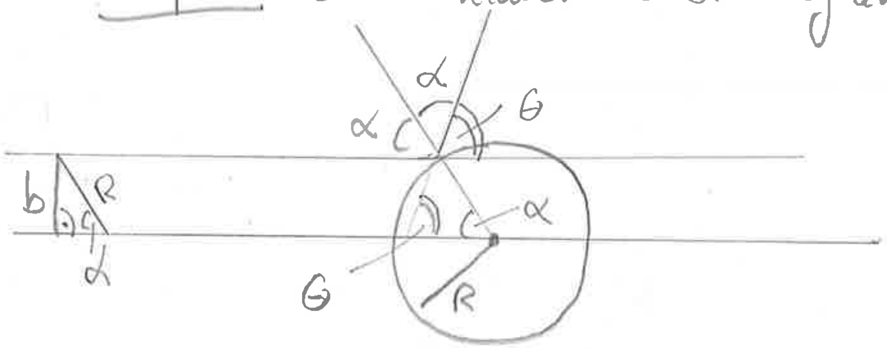
"Ereignisrate (im Detektor) ist Wirkungsquerschnitt mal Luminosität"

- der totale Wirkungsquerschnitt σ ist geg. durch Integration

$$\sigma_{tot} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \frac{d\sigma(\theta,\phi)}{d\Omega}$$

$$\Rightarrow \frac{dN_{aus}}{dt} = L_{ein}\, \sigma_{tot}$$

Beispiel: σ bei klassischer Streuung an einer harten Kugel (elastische Streuung)

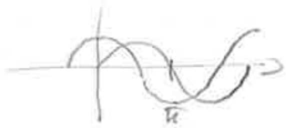


Kugel mit Radius R
$\Rightarrow$ Streuung nur wenn $b < R$

Einfalls = Ausfallswinkel α , $\pi = 2\alpha + \theta$

∃ Beziehung zwischen b und Streuwinkel α (bzw. θ):

$$b = R\sin\alpha = R\sin\frac{\pi-\theta}{2} = R\cos\left(-\frac{\theta}{2}\right)$$



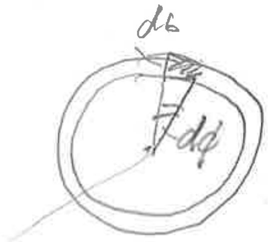
$$\Leftrightarrow \boxed{b = R\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Luminosität: $\frac{N_{ein} \cdot v_{ein}}{V}$ Geschwindigkeit, Volumen

- Wieviele Teilchen zwischen Stoßwinkel θ und $\theta + d\theta$?
diejenigen mit Stoßparameter zwischen b und db:

$$db = d\left(R\cos\frac{\theta}{2}\right) = R\frac{1}{2}\left(-\sin\frac{\theta}{2}\right) d\theta$$

- aufgrund des elastischen Stoßes ändert sich v_{ein} nicht.



$$\Rightarrow \frac{d^2N_{aus}}{d\Omega\, dt} = \underbrace{\frac{N_{ein}\,\sigma_{ein}}{V}}_{L_{ein}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sin\theta\, d\theta\, d\phi}}_{d\Omega} \underbrace{|b\, db\, d\phi|}_{d\sigma}$$

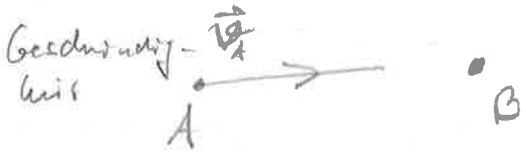
Flächenelement um b

$$L_{ein} \frac{\left|R\cos\frac{\theta}{2}\ \frac{R}{2}\sin\frac{\theta}{2}\, d\theta\, d\phi\right|}{\sin\theta\, d\theta\, d\phi} = L_{ein}\frac{R^2}{4} \cdot \underbrace{\frac{2\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\theta}}_{1}$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}}, \quad \underline{\sigma_{tot}} = \int d\Omega \frac{R^2}{4} = \underline{R^2\pi}$$ Querschnittsfläche der Kugel.

Was ist die Luminosität in Teilchenstößen?

- betrachte Streuung $A + B \rightarrow \ldots$
- wir nehmen an daß $m_B \neq 0$ d.h. wir gehen in B's Ruhesystem



- wähle Normierung so daß im Volumen V nur 1 A und 1 B-Teilchen.

Luminosität der ebenen Welle die das einlaufende A beschreibt:

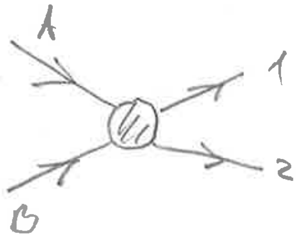
$$L_{ein} = \frac{1}{V} \cdot |\vec{v}_A|$$

\# einlaufende Teilchen A pro Volumen

Geschwindigkeit

Die goldene Regel für Streuung

Wir betrachten das Beispiel der Zweikörperstreuung



mit 4er-Impulse
$A: \underline{Q}_A = (E_{\vec{q}_A}, \vec{q}_A)$
$B: \underline{Q}_B = (E_{\vec{q}_B}, \vec{q}_B)$
$1: \underline{P}_1 = (E_{\vec{p}_1}, \vec{p}_1)$
$2: \underline{P}_2 = (E_{\vec{p}_2}, \vec{p}_2)$

mit WW $\hat{V}$ in $\hat{H} = \hat{H}_0 + g\hat{V}$

$$g\hat{V}_I = \int d^3x \, \mathcal{M} \hat{\phi}_A \hat{\phi}_B \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_2$$, mit $\hat{\phi}_{A,B,1,2}$ reelle Lsg der KG

$$\Rightarrow \quad S_{fi} = -i \langle \phi_1(\vec{p}_1) \phi_2(\vec{p}_2) | \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d^3x \, \mathcal{M} \hat{\phi}_A \hat{\phi}_B \hat{\phi}_1 \hat{\phi}_2 | \phi_A(\vec{q}_A) \phi_B(\vec{q}_B) \rangle \quad + O(g^2)$$
nicht-diagonale Elemente

$(-\delta_{fi})$

Wobei wie bisher: • einlaufende Teilchen mit $\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{q}}}} e^{-i\underline{Q}\cdot x}$

• auslaufende " mit $\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}}}} e^{+i\underline{P}\cdot x}$

$$\Rightarrow S_{fi} = \ldots = -i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(\underline{P}_1 + \underline{P}_2 - \underline{Q}_A - \underline{Q}_B) \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_1} (2\pi)^3 2E_{\vec{p}_2} (2\pi)^3 2E_{\vec{q}_A} (2\pi)^3 2E_{\vec{q}_B}}}$$

$$\Rightarrow |S_{fi}|^2 = (2\pi)^8 \delta^{(4)}(\underline{P}_1 + \underline{P}_2 - \underline{Q}_A - \underline{Q}_B) \frac{VT}{(2\pi)^4} \frac{|\mathcal{M}|^2}{\prod_{i=1}^{2} (2\pi)^3 2E_{\vec{p}_i} \prod_{j=1}^{2} (2\pi)^3 2E_{\vec{q}_j}}$$

<u>Normierung</u>: * die Teilchen im Anfangszustand waren ebene Wellen
d.h. wir müssen auf $\langle AB | AB \rangle = \left(\delta^{(3)}(0)\right)^2 = \left(\frac{V}{(2\pi)^3}\right)^2$
normieren

* für σ_{tot} müssen wir über alle auslaufende Impulse $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ integrieren

* die Rate ergibt sich durch $\frac{|S_{fi}|^2}{T}$

$$\Rightarrow \quad \frac{dN_{aus}}{dt} = \frac{1}{V\, 2E_{\vec q_A}\, 2E_{\vec q_B}} \int \prod_{i=1,2} \frac{d^3p_i}{(2\pi)^3\, 2E_{\vec p_i}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_1+P_2-Q_A-Q_B)\, |\mathcal{M}|^2$$

totale Ereignisrate

S. 51 $\quad = L_{ein}\, \sigma_{tot}$, L_{ein} Luminosität

* betrachten wir das Koordinatensystem in dem B ruht (da L_{ein} einfach)

$$, \; \vec q_B = \vec 0 \Rightarrow E_{\vec q_B} = m_B$$

$$L_{ein} = \frac{1}{V} |\vec v_A|$$

$$\Rightarrow \quad \sigma = \frac{dN_{aus}}{dt} \cdot L_{ein}^{-1} = \boxed{\frac{1}{4|\vec v_A| E_{\vec q_A} m_B}} \int d\Phi_2\, |\mathcal{M}|^2$$

$\hat{=} \frac{1}{F}$ Flußfaktor

und $\int d\Phi_n \equiv \int \prod_{i=1}^{n} \frac{d^3p_i}{(2\pi)^3\, 2E_{\vec p_i}} (2\pi)^4\, \delta^{(4)}\left(\sum_{j=1}^{n} P_j - Q_A - Q_B\right)$ Integrationsmaß

$\Rightarrow$ Die goldene Regel für Streuung im Ruhesystem von B

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{F} \int d\Phi_2\, |\mathcal{M}|^2}$$

($\frac{d\sigma}{d\Omega}$ durch weglassen einiger Integrationen in $\int d\Phi_2$)

Der Flußfaktor in Lorentzinvarianter Form:

- σ_{tot} ist eine physikalische Meßgröße (Zählrate) und muß deshalb Lorentz-inv sein. Da $\int d\Phi_n$ (Maß) (s. Ü 5.4) und $\mathcal{M}$ (Amplitude) dies bereits sind muß dies auch für F gelten: $\boxed{F = 4\sqrt{(Q_A \cdot Q_B)^2 - m_A^2 m_B^2}}$ Ergebnis

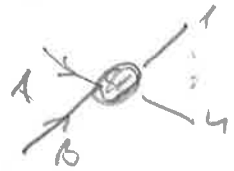
mit $Q_B = (m_B, \vec 0)$, $Q_A = (E_{\vec q_A}, \vec q_A)$

denn $Q_A \cdot Q_B = E_{\vec{q}_A} m_B$

$$\Rightarrow (Q_A \cdot Q_B)^2 - m_A^2 m_B^2 = (E_{\vec{q}_A}^2 - m_A^2)\, m_B^2 = |\vec{q}_A|^2 m_B^2$$

$$\Rightarrow F = 4|\vec{q}_A| m_B = 4 \underbrace{\frac{|\vec{q}_A|}{E_{\vec{q}_A}}}_{= |\vec{v}_A|} E_{\vec{q}_A} m_B = 4 |\vec{v}_A| E_{\vec{q}_A} m_B$$

- die goldene Regel für Streuung mit n Endprodukten



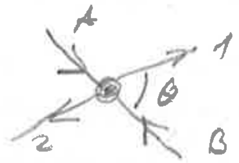
$$\boxed{\sigma = \frac{1}{F} \int d\Phi_n |\mathcal{M}|^2}$$

* Alternative Schreibweisen für den Flussfaktor F

4er-Impuls-quadrat

- Eine wichtige kinematische Invariante ist $s \equiv (Q_A + Q_B)^2$

$\Rightarrow$ im Schwerpunktsystem gilt $\vec{q}_A = -\vec{q}_B$



$$\Rightarrow Q_A = (E_{\vec{q}_A}, \vec{q}_A), \quad Q_B = (E_{\vec{q}_B}, -\vec{q}_A)$$

$$\Rightarrow Q_A + Q_B = (E_{\vec{q}_A} + E_{\vec{q}_B}, \vec{0}), \quad \Rightarrow s = (\underbrace{E_{\vec{q}_A}}_{E_A} + \underbrace{E_{\vec{q}_B}}_{E_B})^2$$

$\boxed{\sqrt{s} = E_A + E_B}$ = Gesamtenergie im Schwerpunktsystem !

$\Rightarrow$ • F ausgedrückt durch s (noch nicht im Schwerpunktsystem):

$$F = 2\sqrt{4(Q_A \cdot Q_B)^2 - 4 m_A^2 m_B^2} = \boxed{2\sqrt{(s - m_A^2 - m_B^2)^2 - 4 m_A^2 m_B^2} = F}$$

da $4(Q_A \cdot Q_B)^2 = (2 Q_A \cdot Q_B)^2 = \left((Q_A + Q_B)^2 - \underbrace{Q_A^2}_{m_A^2} - Q_B^2\right)^2 = (s - m_A^2 - m_B^2)^2$

Lorentzskalar

- F im Schwerpunktsystem:

$$\boxed{F = 4(E_A + E_B)|\vec{q}_A|}$$

dann $Q_A \cdot Q_B = E_A E_B - \vec{q}_A(-\vec{q}_A) = E_A E_B + |\vec{q}_A|^2$

$$\Rightarrow (Q_A \cdot Q_B)^2 = E_A^2 E_B^2 + |\vec{q}_A|^4 + 2E_A E_B |\vec{q}_A|^2$$

$\Rightarrow$ in F von Seite 54: benutze $E_A^2 = m_A^2 + |\vec{q}_A|^2$, $E_B^2 = m_B^2 + |\vec{q}_A|^2$

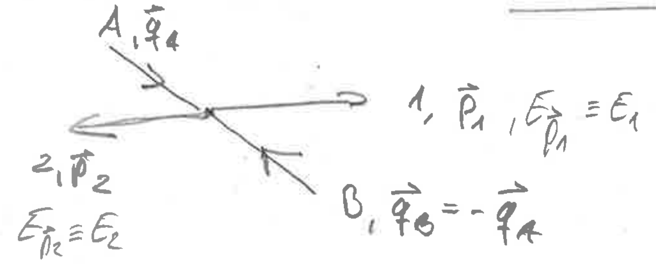
$$= (Q_A \cdot Q_B)^2 - m_A^2 m_B^2 = (m_A^2 + |\vec{q}_A|^2)(m_B^2 + |\vec{q}_A|^2) + |\vec{q}_A|^4 + 2E_A E_B |\vec{q}_A|^2 - m_A^2 m_B^2$$

$$= 2|\vec{q}_A|^4 + |\vec{q}_A|^2(m_A^2 + m_B^2) + 2E_A E_B |\vec{q}_A|^2$$

$$= |\vec{q}_A|^2 (\underbrace{2|\vec{q}_A|^2 + m_A^2 + m_B^2}_{E_A^2 + E_B^2} + 2E_A E_B) = \underline{|\vec{q}_A|^2 (E_A + E_B)^2}$$

- <u>Zweikörperstreuungphasenraumintegration</u> (+Ü 5.3)

Wir betrachten wieder das <u>Schwerpunktsystem</u>: $\sqrt{s} = E_A + E_B$



, wir können den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} auch differentiell schreiben

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{F} \int d\Phi_2 |\mathcal{M}|^2 \Rightarrow d\sigma_{tot} = \frac{1}{F} d\Phi_2 |\mathcal{M}|^2$$, benutze $F = 4(E_A + E_B)|\vec{q}_A|$

$$\Rightarrow d\sigma_{tot} = \frac{1}{4(E_A + E_B)|\vec{q}_A|} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_1 + P_2 - Q_A - Q_B) |\mathcal{M}|^2$$

$\Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

$$= \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{|\mathcal{M}|^2}{|\vec{q}_A|(E_A + E_B) E_1 E_2} d^3 p_1 d^3 p_2 \, \delta(E_1 + E_2 - E_A - E_B) \, \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{q}_A + \vec{q}_A)$$

p_2-Int. durchführen $\Rightarrow$

$$\int d\sigma_{tot} = \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{|\mathcal{M}|^2}{|\vec{q}_A|(E_A + E_B)} \frac{d^3 p_1}{\sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_1^2}} \, \delta\left(\sqrt{m_1^2 + \vec{p}_1^2} + \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_1^2} - E_A - E_B\right)$$