

Lagrange - Formulierung der WW Dirac - Gleichung

$$I_{II} = e \hat{\bar{\psi}}(x) \gamma^\mu A_\mu(x) \hat{\psi}(x) \quad \text{WW - Term}$$

$$I_D = \hat{\bar{\psi}}(x) (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \hat{\psi}(x) \quad \text{(siehe Theorie, S. 23)}$$

$$\Rightarrow I_{\text{tot}} = \hat{\bar{\psi}}(x) (i \gamma^\mu (\underbrace{\partial_\mu - ie A_\mu(x)}_{D_\mu} - m) \hat{\psi}(x) \quad \text{WW - Theorie}$$

+ weitere Terme für die Interaktion D_μ kovariante Ableitung, minimale Kopplung

⇒ erweiterte Symmetrie der Wirkung: U(1) - Eichsymmetrie

• ohne $A_\mu(x)$: I_D ist invariant unter Multiplikation

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\varphi} \psi(x), \quad \varphi \in [0, 2\pi) \text{ konstant} \hat{=} \text{Gruppe } U(1)$$

$$\Rightarrow \bar{\psi}(x) \rightarrow e^{-i\varphi} \bar{\psi}(x)$$

• was passiert wenn $\varphi(x)$ x^μ abhängig?

$$\Rightarrow \partial_\mu e^{i\varphi(x)} \psi(x) = (i \partial_\mu \varphi(x)) e^{i\varphi(x)} \psi(x) + e^{i\varphi(x)} \partial_\mu \psi(x)$$

d.h. die freie Theorie ist nicht mehr invariant

• die WW Theorie kann invariant gemacht werden wenn wir gleichzeitig transformieren:

$$\boxed{\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow e^{i\varphi(x)} \psi(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) + \bar{e}^{-1} \partial_\mu \varphi(x) \end{aligned}}$$

* diese Lsg. $I_{\text{maxwell}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x)$ invariant, S. 20

dies entspricht einer Eichtransformation, siehe Seite 25

$$\Rightarrow I = \hat{\bar{\psi}}(x) (i \hat{D} - m) \hat{\psi}(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) \quad \text{invariant unter } x^\mu\text{-abh. } U(1)\text{-Grp. (lokale) von } \psi$$

* dieses Konzept der Eichsym. spielt eine wichtige Rolle in der Konstruktion von WW Theorien!

Die starke Wechselwirkung

Das Quarkmodell "The Eightfold Way" [Gell-Mann, Ne'eman, Zweig 1959-64]

in den 1940-50er Jahren wurde eine zunehmende Vielzahl an Hadronen beobachtet:

Mesonen $J = 0, 1$ Bosone
 Baryonen $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ Fermionen

Somit wurde klar, daß dies keine Elementarteilchen sein können und es wurde versucht, diesen "Teilchenzoo" durch wenige (zunächst 3 Quarks) elementare Bausteine zu erklären.

Zur Klassifizierung der Hadronen waren außer der Gesamtspin J folgende Quantenzahlen eingeführt

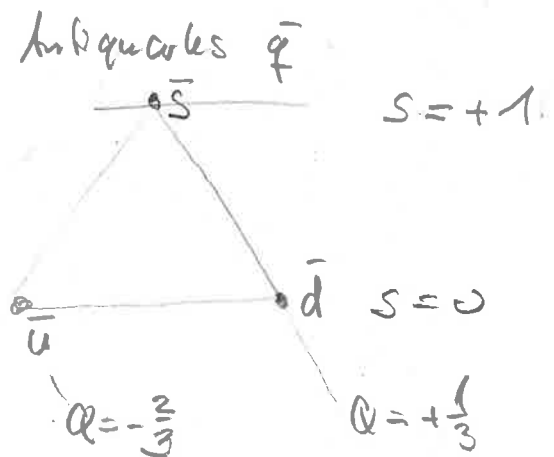
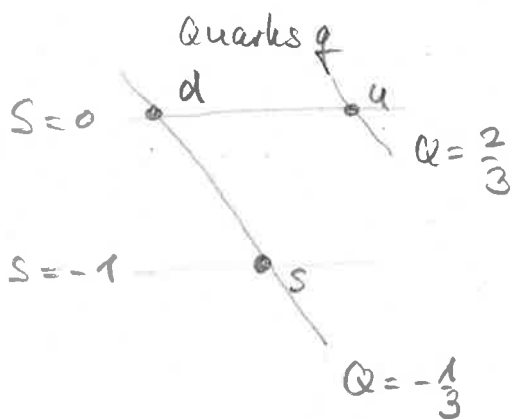
B Baryonzahl = $+1$ (-1) für Baryon (Antibaryon)

S Strangeness = $0, \pm 1, \pm 2$.

Q Ladung = $0, \pm 1$

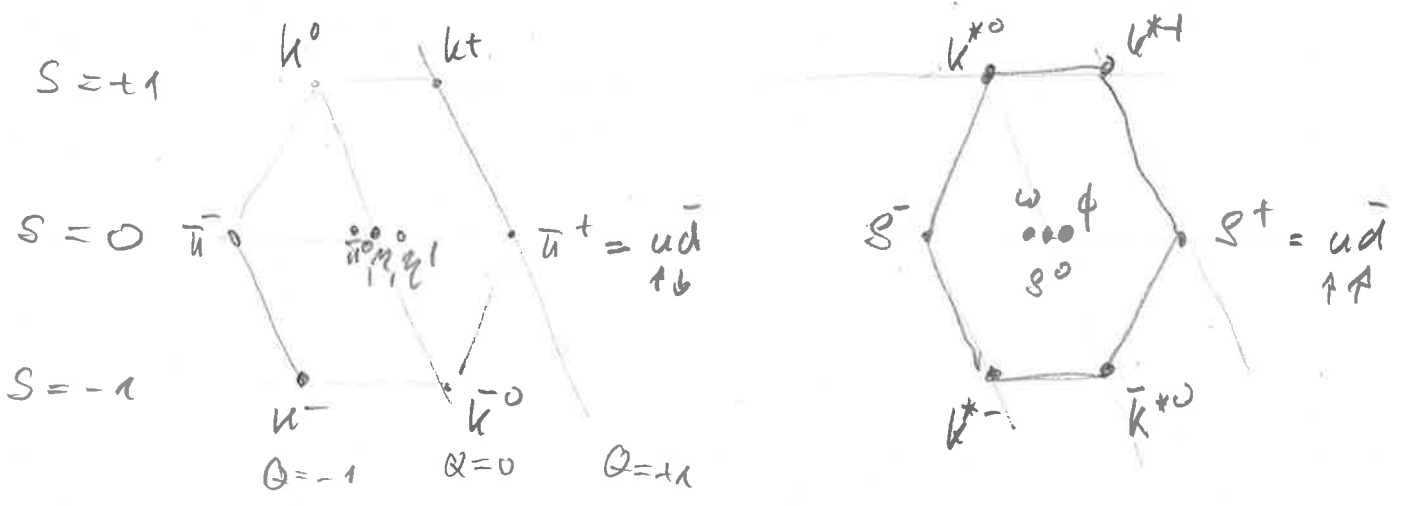
L Leptonzahl = $+1$ (-1) für Lepton e, μ (Antilepton e^+, μ^+ .)

* der Vorschlag von G.M., N. & Z. bestand darin, daß sich Mesonen aus $1q + 1\bar{q}$ und Baryonen aus $3q$ zusammensetzen, mit

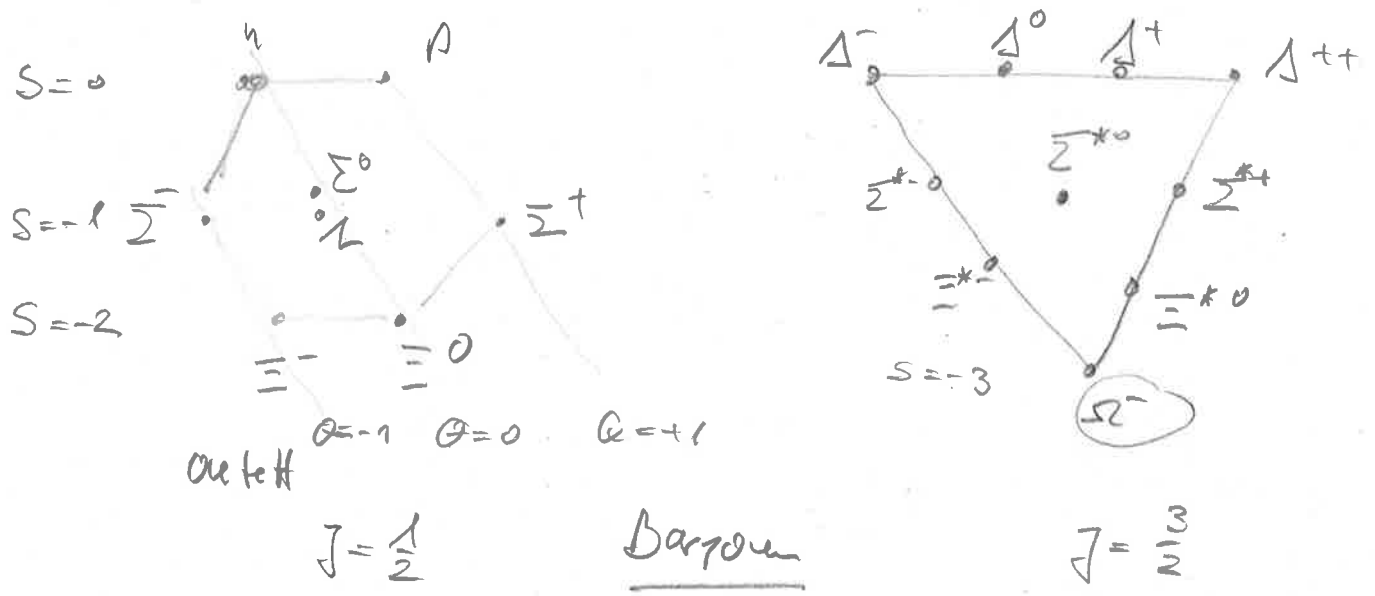


* alle q 's und \bar{q} 's haben Spin $\frac{1}{2}$

→ damit konnten die leichten Mesonen und Baryonen als zusammengesetzt erklärt und verfolgt gruppiert werden:



Spin $J=0$ Meson $J=1$
 wobei das η' sehr viel schwerer ist)



q, \bar{q} zusammensetzung: Griffiths Kap 1.8, Fundm. Kap. 17]

- Entf. des Quarkmodells: theoretische Vorhersage des $\Omega^- (=sss)$ welches später experimentell bestätigt wurde
- Probleme: sss im Widerspruch zum Pauli-Prinzip?
 $\Rightarrow q$'s kommen in 3 Farben vor
- warum sehen wir keine q 's? \rightarrow nur farblose Objekte als geb. Zustände

- die obigen Gruppierungen als Oktetts (Nonetts) u. Decupletts bilden Darstellungen der Gruppe $SU(3)$ (mathem. Beschreibung z.B. O. Nachtmann, Kapitel 17) dies ist eine (approximative) globale Symmetriegruppe der starken WW $SU(3)_f = \text{flavour}$ (Geschmack)

- später kommt aufgrund der 3 Farben (rot, grün, blau, mit "additiver Farbmischung") noch eine lokale $SU(3)_c = \text{colour}$ hinzu - diese wird die WW der Quarks durch Gluonen beschrieben!

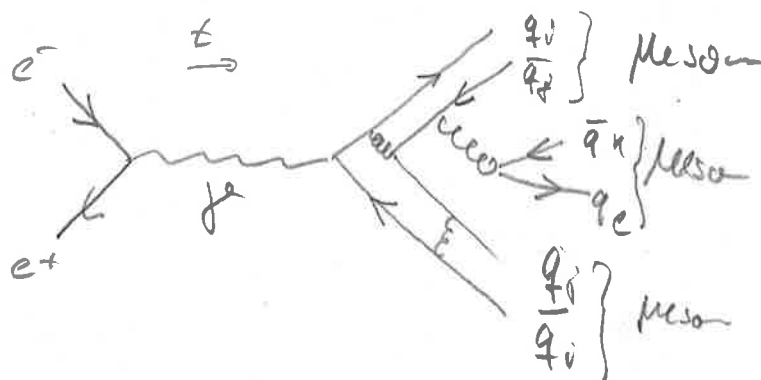
* wie wir sehen fñhrt die starke WW trotz weniger Quarks zu einer Vielzahl von Zuständen und Phänomenen, dies liegt an der Nicht-linearität!

- später wurden noch 3 schwere Quarks c, t, b ($> 1 \text{ MeV}$) hinzugenommen um schwerere Hadronen zu bekommen, die c oder t enthalten. \rightarrow Quarkchromodynamik QCD

Wie werden die Hypothesen des Quarkmodells und deren Erweiterung?

Hadronerzeugung in e^+e^- -Kollisionen (nicht elastisch!) z.B. SLAC, LEP

schematisches
Feynman Diagramm



- in der in der vorigen Vorlesung berechneten Amplitude ist für die Streuung $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ können wir μ^\pm durch ein beliebiges Teilchen - Antiteilchen Paar ersetzen, z.B. q und \bar{q}

→ nach Einsetzen in die Goldene Regel und Integration über θ

$$\text{erhalten wir } \sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow q+\bar{q}) = \frac{4\pi Q^2 \alpha_{em}^2}{3 S} \left(\frac{1-4m_q^2/S}{1-4m_b^2/S} \left(1 + \frac{2m_q^2}{S}\right) \left(1 + 2\frac{m_e^2}{S}\right) \right)$$

mit \sqrt{S} der Schwerpunktsenergie der einlaufenden e^\pm Für $\sqrt{S} \gg 2m \gg 2m_e$ $\approx \frac{4\pi}{3} Q^2 \alpha_{em}^2$

- * für den totalen Wirkungsquerschnitt im Diagramm oben müssen wir noch über alle vorkommenden Quarks q_i mit Ladung Q_i summieren die vorkommen, sowie über alle 3 Farben $a=r, g, b$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{tot}} = \sum_{a=r,g,b} \sum_i Q_i^2 \frac{4\pi}{3} \left(\alpha_{em}\right)^2 \quad \text{d.h. proportional zu } N_c$$

$\leq N_c = 3$

$$R(\sqrt{S}) = \frac{\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{Hadron})}{\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \approx N_c \sum_i Q_i^2 \Theta(\sqrt{S} - 2m_{q_i})$$

nimmt nur diskrete Werte an, mit $Q_{u,c,c} = \frac{2}{3}$, $Q_{s,b} = -\frac{1}{3}$

$$R(\sqrt{S}) \approx \begin{pmatrix} \frac{2}{3} N_c & m_s \\ \frac{10}{9} N_c & m_c \\ \frac{11}{9} N_c & m_b \end{pmatrix} \left(\begin{matrix} m_c \\ m_b \\ m_s \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} m_c \\ m_b \\ m_s \end{matrix} \right) \quad \text{diese experimentell}$$

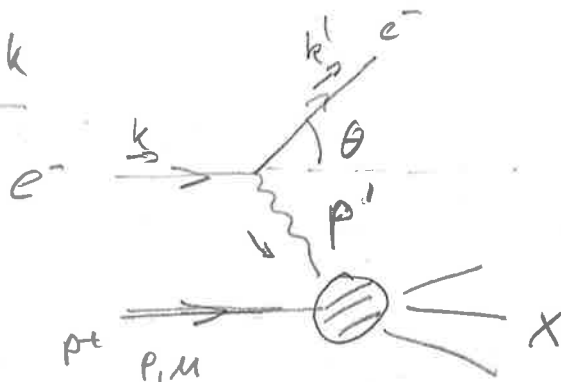
beobachteten Stufen ergeben $N_c = 3$

Tiefinelastische e^-p^+ -Streuung (z. B. bei HERA am DESY)

Idee: Streuung von e^- an einzelnen Konstituenten (Partonen) in p^+ , wie bei Rutherford's Experiment mit Streuung von e^- an Atomkernen (nur zu viel höheren Energien)

→ die Zahl der unter großen Winkel $\theta \approx \bar{v}$ abgetrennten Teilchen hängt von der inneren Struktur des p^+ (oder Atoms)

Kinematik



$$k = (E, \vec{k})$$

$$k' = (E', \vec{k}')$$

inklusive Prozess: nur das auslaufende e^- wird gemessen
 $e^- + p^+ \rightarrow e^- + X$

- für bekanntes k und P gibt es zwei unabhängige Variablen:
 E', θ (mit $\vec{k}' = \sqrt{E'^2 - m_e^2} \hat{e}_k$, $\hat{e}_k \cdot \hat{e}_{k'} = \cos \theta$)

((bei elastischer Streuung $p^+ + e^- \rightarrow p^+ + e^-$ gäbe es nur eine unabh. Variable, wegen $(k + P - k')^2 = m_p^2$))

- üblicherweise wird folgende Parametrisierung gewählt (statt E', θ)

$$Q^2 = -p^2, \quad X = \frac{QE^2}{2p \cdot P} \quad \text{Bjorken } x$$

in der Mott'schen Formel für elastische Streuung hätte man

für $E \gg m_e$, $|\vec{q}_A| = E$ und