Symmetrien und Erhaltene Größen

- bevor wir zur schwachen WW kommen sollen einige wichtige Symmetrien der QED und QCD diskutiert werden, die von der schwachen WW dann verletzt werden

- wir unterscheiden zwischen diskreten Symmetrien, wie z.B. Parität oder Zeitumkehr, und kontinuierlichen Symmetrien die (differenzierbar) von kontinuierlichen Parametern abhängen. Für letztere gilt das Noether-Theorem:

$\exists$ kontinuierliche Symmetrie der Lagrange-Dichte

$$\Longleftrightarrow$$

$\exists$ Erhaltungssatz

Beweis: z.B. [P. Ramond: Field Theory: A Modern Primer, Kap 1.5] f. klass. Felder

- wir werden Beispiele für beide Arten von Symmetrien kennen lernen

z.B. Invarianz unter zeitl. u. räumlichen Translationen $x^\mu \to x^\mu + a^\mu$ (const)

$\Longleftrightarrow$ Energie-Impuls Erhaltung

Ladungserhaltung: hier am Bsp QED

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi ,$$

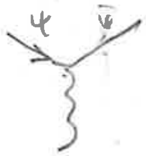
$$\psi \to \psi' = e^{i\varphi}\psi, \quad \varphi \in \mathbb{R} \text{ const}$$
$$\bar{\psi} \to \bar{\psi}' = e^{-i\varphi}\bar{\psi},$$
$$A_\mu \to A_\mu' = A_\mu$$

$\Rightarrow \mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}'_{QED}$ globale Symmetrie

erhaltener Strom S. 23
dito f. komplexes Skalarfeld, in 2.4

und **Leptonzahlerhaltung**

- an jedem Vertex gibt es ein Fermion und sein Anti-Teilchen

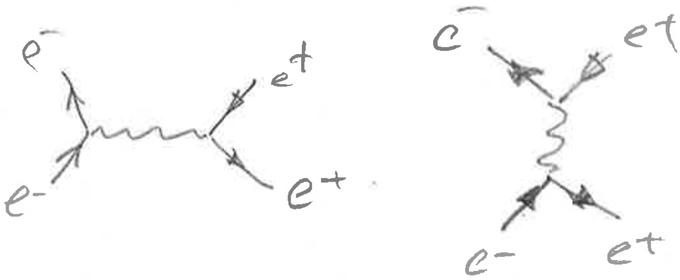


d.h. die Zahl der Fermionlinien bleibt erhalten, und die # Fermionen − # Anti-Fermionen auch, s. alle Prozesse 2. Ord in der Vorlesung

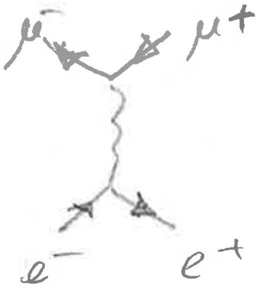
4t

$e^- - \mu^-$ Streuung

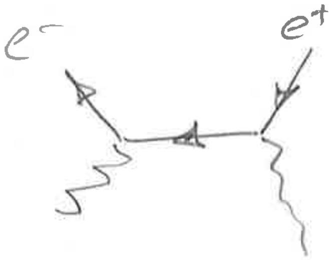
$e^- - e^-$ "

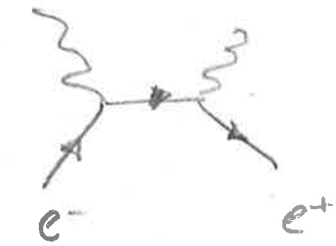


$e^+ - e^-$ Streuung



$\mu^+\mu^-$ Paarerzeugung





Paar Erzeugung

Vernichtung

* in der QCD gibt es viele solcher Symmetrien

z.B. Strangeness  charmness 

d.h. Mesonen $K^+ = u\bar{s}$, $K^- = s\bar{u}$ können nicht durch die starke WW zerfallen, dito Mesonen die ein c oder $\bar{c}$ enthalten.

Aber: $J/\psi = c\bar{c}$ kann durch starke WW zerfallen

• Isospin: (starker Isospin)

• genauso könnten wir upness u. downness definieren. Es gibt aber eine größere Symmetriegruppe, solange wir $m_u - m_d$ und den elektrischen Ladungsunterschied $Q_u = \frac{2}{3}$, $Q_d = -\frac{1}{3}$ vernachlässigen können:

Isospin Symmetrie $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$

$$\mathcal{L}_{u,d} = \bar{\Psi}_u (i\partial\!\!\!/ - m_u)\Psi_u + \bar{\Psi}_d (i\partial\!\!\!/ - m_d)\Psi_d \underset{m_u = m_d = m}{\approx} \overline{\begin{pmatrix} \Psi_u \\ \Psi_d \end{pmatrix}} (i\partial\!\!\!/ - m\mathbb{1}_{2\times 2}) \begin{pmatrix} \Psi_u \\ \Psi_d \end{pmatrix}$$

damit dies invariant ist muß $R^\dagger R = \mathbb{1}$ sein, d.h. $R \in SU(2)$ eine konstante Matrix (mit $\det R = 1$ um Komplikationen in QFT zu vermeiden)

globale "Flavour-SU(2)" Symmetriegruppe mischt u- und d-Quark

* welche physikalische Konsequenzen hat es, wenn diese Symmetrie (zumindest näherungsweise) gilt?

i) Isospin Trafo vertauscht mit Hamiltonian $\hat{H}$, d.h. können gleichzeitig diagonalisiert werden

⇒ Teilchen ($\hat{H}$ Eigenzustände) charakterisiert durch Isospin I, z-Komp. I_z

z.B. $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |\overset{I}{\tfrac{1}{2}}, \overset{I_z}{\tfrac{1}{2}}\rangle = \bar{d}$ $\qquad \pi^+ = |1,1\rangle = |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle \quad u\bar{d}$

$d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = \bar{u}$, $\qquad \pi^- = |1,-1\rangle = |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle \quad \bar{u}d$

$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle + |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle\right]$

ii) Isospin bleibt in Zerfällen erhalten, und ist durch I des Streuzustandes charakterisiert.

Parität $\hat{P}$ – diskrete Raumzeitsymmetrie

$\Lambda_P = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$ ist Teil der Lorentztrafo's $x^\mu \to x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$, s S.12 $\mathcal{L}^\uparrow_-$

- wenn $[\hat{H}, \Lambda_P] = 0$ können Teilchenzustände als Eigenzustände gewählt werden

=> für QED und QCD ist dies der Fall. Wir schreiben $\hat{P}$ als Operator auf Zuständen

- $P^2 = \mathbb{1}$ => Eigenwerte $= \pm 1$:
- unter eigentlichen Lorentztrafo $\mathcal{L}^\uparrow_+$ invariante Objekte heißen Skalare s

  " " " wie x^μ transformierende Objekte: Vektor $\vec{v}$

=> unterscheide nach Eigenwerten:

Skalar $\hat{P}s = +s$	Vektor $\hat{P}\vec{v} = -\vec{v}$	z.B. $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$
Pseudoskalar $\hat{P}p = -p$	Pseudovektor oder Axialvektor $\vec{a} = +\vec{a}$	z.B. $\vec{a} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$

=> $p = \vec{v} \cdot \vec{a}$ ist ein Pseudoskalar

Bsp: • die wichtigsten (weil leichtesten) Mesonen mit $J = 0$ sind Pseudoskalare: π, K, η, η' und bilden ein Pseudoskalarnonett

- betrachten wir $\hat{P}$ auf dem zweidim Raum eines Teilchens und Antiteilchens, z.B. e^- und e^+. Da beides Eigenzustände sind ist $\hat{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ diagonal

=> $|e^-, e^+\rangle$ hat Parität $(+1) \times (-1) = -1$, dito für μ^- und τ^-

- angeregte Zustände mit Bahndrehimpuls l haben einen weiteren Faktor $(-1)^l$

* die wichtigsten Bsp: sind

- Bewegungsrichtung ist ein Vektor $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$
- Spin & Drehimpuls sind axiale Vektoren $\vec{L} = \vec{x} \times \vec{p}$
- Helizität bzw Polarisationszustand sind skalare $h(\vec{p}) = \hat{\vec{p}} \cdot \vec{\Sigma}$ Größen, die durch Projektion auf Vektoren => sie sind Pseudoskalare