Nachtrag Isospin (starker Isospin):

- die 3. Komponente I_z und die elektrische Ladung Q eines Teilchens sind durch die folgende

Gell-Mann-Nishijima Relation

$$\boxed{Q = I_z + \frac{1}{2}(\underbrace{\mathcal{B} + S + C + B + T}_{\equiv Y \text{ Hyperladung}})}$$

verbunden

wobei

$\mathcal{B}$: Baryonzahl

S : strangeness

C : charmeness

B : bottomness

T : topness

Ladungskonjugation $\hat{C}$

- diese konvertiert jedes Teilchen in sein Anti-Teilchen (und umgekehrt, $\pi^{\pm} \to \pi^{\mp} = \hat{C}\pi^{\pm}$)
- im Zweiteilchenraum (Teilchen u. Anti-u.) gilt $\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,

d.h. auch wenn $[\hat{H}, \hat{C}] = 0$ wie in QED und QCD sind Teilchen u. Anti-u. keine Eigenzustände (wir haben $\hat{C}$ so gewählt)

* Falls aber ein Teilchen sein eigenes Antiteilchen ist, z.B. ein ungeladener reeller Skalar wie π^0 ist dies ein Eigenzustand mit Eigenwert ± 1, da $C^2 = \mathbb{1}$

Bsp: π^0 hat C-Eigenwert $+1$
γ = Photon " -1

$\Rightarrow$ $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ erlaubt, erhält C
$\pi^0 \to 3\gamma$ nicht, verletzt C

CPT-Theorem

* wichtige Kombination ist $\hat{C}\hat{P}$: Teilchen mit Helizität/Polar.
$\to$ Anti-u. mit umgekehrter u.
* eine weitere diskrete Symmetrie ist $\hat{T}$: Zeitumkehr, $\Lambda_T = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$, s. S. 12

W. Pauli 1955: $\hat{T}$ und $\hat{C}\hat{P}$ sind nicht unabhängig:
jede lorentzinvariante Quantenfeldtheorie ist $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$ invariant!

$\Rightarrow$ jedes Teilchen-Anti-Teilchen Paar hat dieselbe Masse und Lebensdauer.

* genau dies ist bislang in allen Experimenten beobachtet worden

- C und T sind antiunitäre Operatoren: unitär und antilinear
$C(\lambda|a\rangle) = \lambda^* C|a\rangle$

($\leftrightarrow$ Symmetrien in der QM: Wigner)

Die schwache WW

Paritätsverletzung [Lee, Yang 1956] und Fermi Modell

• die schwache WW wurde als Ursprung für den β-Zerfall des Neutrons n entdeckt:

$$n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

(el. Ladung und Leptonenzahl erhalten)

• Fermi hat 1932 ein Modell für diesen Prozeß vorgeschlagen,

mit WW-Term

$$\hat{\mathcal{L}}_{I,\mathrm{Fermi}} = -G_F \left\{ \hat{\bar{n}} \gamma^\mu \hat{p}\, \hat{\bar{\nu}}_e \gamma_\mu \hat{e} + \hat{\bar{p}} \gamma^\mu \hat{n}\, \hat{\bar{e}} \gamma_\mu \hat{\nu}_e \right\}$$

wobei $\hat{O}$ die entsprechenden Feldoperatoren sind $O = n, p, e, \nu$

(damals waren diese noch Elementarteilchen) und $G_{\mathrm{Fermi}} = 1.166 \cdot 10^{-5}\, \mathrm{GeV}^{-2}$

⇒ Vorhersagen: β^+-Zerfall u. Elektroneneinfang $p + e^- \to n + \nu_e$ ||
diese wurden kurz darauf exp. bestätigt.

• heute würden wir wegen $n = ddu$, $p = uud$ $\mathcal{L}_I$ ersetzen durch:

$$\mathcal{L}_I = -G_F' \left\{ \hat{\bar{d}} \gamma^\mu \hat{u}\, \hat{\bar{\nu}}_e \gamma_\mu \hat{e} + \text{hermitian conjugate} \right\}$$

(h.c.)

d.h. mit Feynman graphen

* wie wir später sehen werden kommt diese effektive Theorie in einem Limes des Standardmodells heraus: 4-Fermion WW

* experimentell beobachtet in der Mitte der 50ger: $\boxed{\text{Paritätsverletzung}}$
(⇒ weitere, z.B. Baryonzahlverletzung)

1) K^+ zerfällt sowohl als $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$ mit $P = +1$

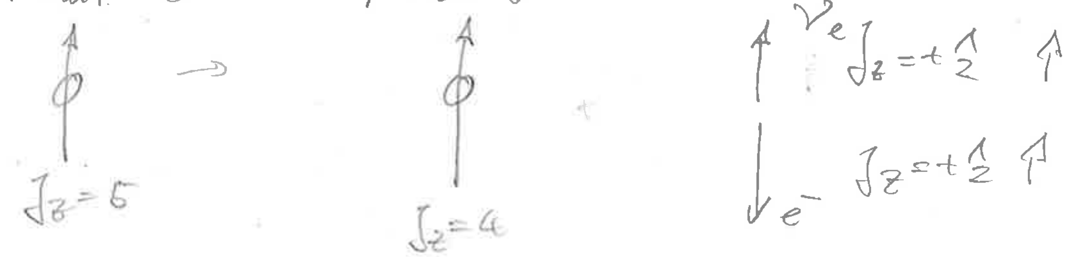
als auch in $K^+ \to \left\{ \begin{matrix} \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \\ \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \end{matrix} \right\}$ mit $P = -1$

(d.h. wegen $K^+ = u\bar{s}$ ist damit auch Strangeness verletzt)

2) Zerfall von Kobalt-60 verletzt Parität: C.S. Wu 1957

wird beobachtet — wird nicht beobachtet

genau



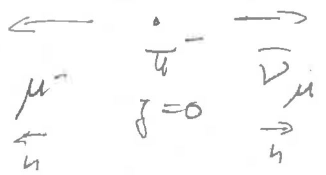
$\Rightarrow$ $\bar{\nu}_e$ sollte immer "rechtshändig" sein, mit Helizität $h = +1$

$\Leftrightarrow$ ν_e " " "linkshändig" sein, " " $h = -1$

(R/L erhalten wir mittels Projektoren $P_{R/L}$)

3) Zerfall des $\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ [1961]

im Schwerpunktsystem



Das μ^- wird mit $h = +1$ beobachtet, das $\bar{\nu}_\mu$ nicht (zu schwache WW um es zu sehen), aber aufgrund von Impulserhaltung muss es auch $h = +1$ haben

- Aufgrund von diesen Beobachtungen wurde das Fermi-Modell verändert: – wir verlangen weiterhin Lorentzinvarianz (Helizitätsoperator dies ist nicht)
  – $P_{R/L} = \frac{1}{2}(\mathbb{1} \pm \gamma_5)$ sind " invariant
  (und für masselose ν's ist Chiralität $\Leftrightarrow$ Helizität)

  $\rightarrow$ Wir müssen die schwache WW so konstruieren, dass nur linkshändige (L) Teilchen u. rechtshändige (R) Antiteilchen erzeugt werden

$\psi_L = P_L \psi \quad , \quad \psi_R = P_R \psi$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_I^{V-A} = -2\sqrt{2}\, G_F' \left\{ \hat{\bar{d}} \gamma^\mu P_L \hat{u}\; \hat{\bar{\nu}}_e \gamma_\mu P_L \hat{e} + \hat{\bar{u}} \gamma^\mu P_L \hat{d}\; \hat{\bar{e}} \gamma_\mu P_L \hat{\nu}_e \right\}$$

$$= -2\sqrt{2}\, G_F' \left\{ \hat{\bar{d}}_L \gamma^\mu \hat{u}_L\; \hat{\bar{\nu}}_{eL} \gamma_\mu \hat{e}_L + \hat{\bar{u}}_L \gamma^\mu \hat{d}_L\; \hat{\bar{e}}_L \gamma_\mu \hat{\nu}_{eL} \right\}$$

<u>V</u>ektor - <u>A</u>xialvektor Modell

denn $\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2$ transformiert wie ein Vektor V

$\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2$ " " " Axialvektor A

"Theorie der geladenen Ströme" $j_{12}^\mu = \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2$ usw

* die schwache WW koppelt nur <u>linkshändige Teilchen</u> und <u>rechtshändige Antiteilchen</u>

$\Rightarrow$ da Neutrinos nur schwach WW spielen nur ν_L und $\bar{\nu}_R$ eine Rolle in WW in der Elementarteilchenphysik (natürlich koppeln <u>alle</u> Elementarteilchen an die Gravitation).

<u>Flavour - Mischung im V-A Modell</u>

- wie wir bereits gesehen haben werden in der schwachen WW die Flavourquantenzahlen wie S, C usw verletzt:

$K^+ \to \pi^+ + \pi^0$, $\pi^+ + \pi^0 + \pi^0$ verletzt Strangeness, $D^0 \to K^- + \pi^+ + \pi^0$ Charmeness

- für diese oder weitere Zerfälle wie $\mu^- \to e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ müssen wir weitere Ströme koppeln: $\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L \cdot \bar{\mu}_L \gamma_\mu \nu_\mu$ usw

* Trägt jeder dieser Terme eine weite Kopplungskonstante, d.h. einen freien Parameter in der Theorie?

Fermion-Generationen

- wir führen Dubletten (Paare) von Fermionen ein, die durch die elektrische Ladung Q und den Generation bestimmt sind:

$$\text{Leptonen} \quad L_1 = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad L_2 = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \quad L_3 = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} Q = 0 \\ Q = -1 \end{matrix}$$

$$\text{Quarks} \quad Q_1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \quad Q_3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} Q = +\frac{2}{3} \\ Q = -\frac{1}{3} \end{matrix}$$

1. Generation   2. Generation   3. Generation

d.h. wir können $\hat{\mathcal{J}}^{V-A}_I$ schreiben als

$$\hat{\mathcal{J}}^{V-A}_I = -2\sqrt{2}\,G_F \Big[\underbrace{\hat{\bar{Q}}_{1,L} \begin{pmatrix} 0 & \gamma^\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{Q}_{1,L}}_{(\hat{\bar{u}}_L, \hat{\bar{d}}_L)\begin{pmatrix} \gamma^\mu d \\ u \end{pmatrix}} \; \underbrace{\hat{\bar{L}}_{1,L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma_\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{L}_{1,L}}_{(\bar{\nu}_L \bar{e}_L)\begin{pmatrix} \ell \\ \gamma_\mu \nu_L \end{pmatrix}} + \underbrace{\hat{\bar{Q}}_{1L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{Q}_{1L} \hat{\bar{L}}_{1L} \begin{pmatrix} 0 & \gamma_\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{L}_{1,L}}_{= \text{h.c.}} \Big]$$

* Für 2 Generationen gilt:
Wir benötigen nur <u>2 Konstanten</u> $\forall$ WW-Terme: G_F & Θ_C

mit der gedrehten Basis $\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta_C & \sin\Theta_C \\ -\sin\Theta_C & \cos\Theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$, Cabibbo-Winkel Θ_C ($\Theta_C \approx 13^\circ$) $\Rightarrow \cos\Theta_C \approx 0{,}974$

d.h. wir bilden Linearkombinationen der Quarks durch: $Q_1' = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \; Q_2' = \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$

(für 3 Generationen mehr Winkel: 3×3 Matrix auf $\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$, später)

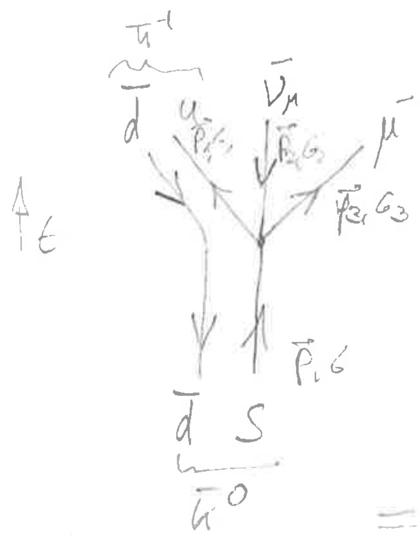
$$\Rightarrow \boxed{\hat{\mathcal{J}}^{V-A}_I = -2\sqrt{2}\,G_F \sum_{D_L, \tilde{D}_L} \hat{\bar{D}}_L \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{D}_L \hat{\bar{\tilde{D}}}_L \begin{pmatrix} 0 & \gamma_\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{\tilde{D}}_L} \;,\; G_F' = G_F \cos\Theta_C$$

mit der Summen $D_L, \tilde{D}_L \in \{Q_1', Q_2', L_1, L_2\}$, d.h. L_1, L_2 bleiben unverändert

• dies ist konzeptionell sehr einfach und enthält viele Prozesse!

Beispiel: Zerfall $\bar{K}^0 \to \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, d.h. Ladung, Lepton- u. Baryonzahl erhalten, Strangeness nicht

$(s\bar{d})$



einlaufende Teilchen ψ
auslaufende " $\bar{\psi}$

dies resultiert aus folgendem WW-Term

$$-2\sqrt{2}G_F \, \hat{\bar{L}}_{2,L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma^\mu & 0 \end{pmatrix} \hat{L}_{2,L} \, \hat{\bar{Q}}'_{1,L} \begin{pmatrix} 0 & \gamma_\mu \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \hat{Q}'_{1,L}$$

$$= \underbrace{-2\sqrt{2}G_F \, \hat{\bar{\mu}}_L \gamma^\mu \hat{\nu}_{\mu L} \, \hat{\bar{u}}_L \gamma_\mu (\hat{d}' = \sin\theta_c \, s}_{\text{wir betrachten nur diesen Prozeß}} + \cos\theta_c \, d)$$

* aus den Feynman Regeln ergibt sich folgende Amplitude:

$$\mathcal{M} = -\frac{i}{\sqrt{2}} G_F \sin\theta_c \, \bar{u}_u(\vec{p}_1, \sigma_1) \gamma^\mu (1-\gamma_5) u_s(\vec{p}, \sigma) \, \bar{u}_\mu(\vec{p}_3, \sigma_3) \gamma_\mu (1-\gamma_5) v_\nu(\vec{p}_2, \sigma_2)$$

Spinoren in freier Dirac Gl.

$$\Rightarrow |\mathcal{M}|^2 \sim \sin^2\theta_c$$

Neutrale Ströme:

in den bisherigen Termen in $\hat{J}_I^{V-A}$ hatten wir nur sog. geladene Ströme $j^{V\mu}_{ik} = \bar{\psi}_k \gamma^\mu \psi_i$, $j^{A\mu}_{ik} = \bar{\psi}_k \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i$ mit $i \neq k$

* im Rahmen elastischer Streuung $\bar{\nu}_\mu + e^- \to \bar{\nu}_\mu + e^-$ wurden am CERN 1973 WW mit neutralen Ströme (= current) mit $i = k$ gemessen. Diese sind von der Form

$$\underline{\hat{J}_I^{NC} = -2\sqrt{2}\, G_F \, (\hat{j}^{NC})^\mu (\hat{j}^{\mu})_\mu}, \quad \text{mit } (\hat{j}^{NC})^\mu = \sum_{Q_f} \hat{\bar{Q}}_f \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma_5) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma^\mu (c_V^{f'} - c_A^{f'} \gamma_5) \end{pmatrix} \hat{Q}_f$$

$\hat{=}$

(* Systematik aller WW-Terme? später)