

Wiederholung WW Theorien

wir haben bisher betrachtet

- QED für elektromagnetisch geladene Teilchen (e, μ, \bar{e} , Quarks)
→ in WW durch Photon

$$I = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad \not{D} = \not{\partial} - ieA_\mu \quad \text{s. 64}$$

- QCD für Teilchen mit Farbladung (Quarks) durch Gluonen

$$I = -\frac{1}{4} F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^a + \bar{\Psi}(i\not{D} - m)\Psi \quad \text{s. 71}$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad a = 1, \dots, 8$$

$$\not{D} = \not{\partial} - ig_s \Gamma^a A_\mu^a \quad \text{mit dazugehörige Feynman-Regeln}$$

- Schwache WW: alle Leptonen u. Quarks (durch Z- u W-Bosonen,)
später

* in noch nicht so schöner Form:

Fermi's Theorie, mit e, ν_e und u, d , in Generatoren

ausgedrückt mit 2 Kopplungen G_F und G_C (für 2 Generationen)

→ geladene u. neutrale Ströme

Die Vektor bosonen W^\pm und Z^0 der schwachen WW

* Probleme der Fermischen Theorie - Unitaritätsgrenze

im Gegensatz zu den Kopplungskonstanten in QED und QCD
ist $[G_F] = [\text{GeV}^{-2}]$ nicht dimensionlos.

\Rightarrow wegen $M \sim G_F, |M|^2 \sim G_F^2$ und $[G_{\text{tot}}] = [\frac{1}{\text{GeV}^2}]$

muss aus dimensionalen Gründen gelten (für $|S| \rightarrow \infty$ fallen alle
Massenskalen heraus)

$G_{\text{tot}} = \frac{G_F^2 s}{3\pi}$ s Schwerpunktsenergie

d.h. G wächst mit s beliebig groß an!

(zum Vergleich $G_{\text{tot}}(e^+ \mu^- \rightarrow e^+ \mu^-) \sim \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{s}$)

* da die S-Matrix unitar ist, $\hat{S} = 1 - iT, S_{fi} = \langle f | S | i \rangle$

und $M \sim T_{fi}$

$= -i \delta^4(p_f - p_i) T_{fi}$

muss der Wirkungsquerschnitt beschränkt bleiben (quasi $G \sim k_{\text{Boltz}} s$)

d.h. die Fermi-Theorie verletzt diese Unitaritäts- oder Froissart-Grenze!

\Rightarrow Die μ μ ist eine Näherung die nur für kleines s gilt
(= effektive Theorie). Die WW wird tatsächlich beschrieben durch



entsprechend W^+

mit $G_F = \frac{g_W^2}{4\sqrt{2} m_W^2} \Rightarrow G_{\text{tot}} = \frac{G_F^2 s}{3\pi} \left(\frac{m_W}{s \cdot m_W} \right)^2 \approx \frac{G_F^2 m_W^4}{3\pi s}$ $\xrightarrow{s \gg m_W^2} \text{OK}$

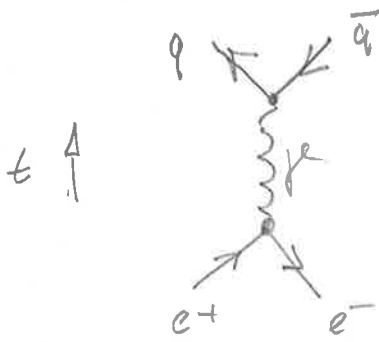
* im Ggs zur QED (Photon) und QCD (Gluon) haben die Träger der schwachen WW

eine Masse: $m_{W^\pm} = 80 \text{ GeV}, m_{Z^0} = 91 \text{ GeV}$ CERN 1983

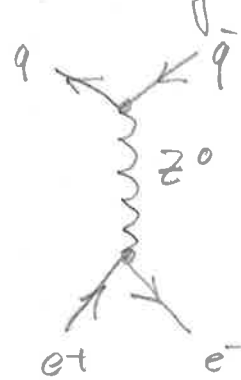
W^\pm, Z^0 intermediäre Vektor bosonen

Konsequenzen der Einführung von Z und W-Bosonen:

∃ konkurrierende Prozesse bei der Streuung $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$



und



QED, S. 68

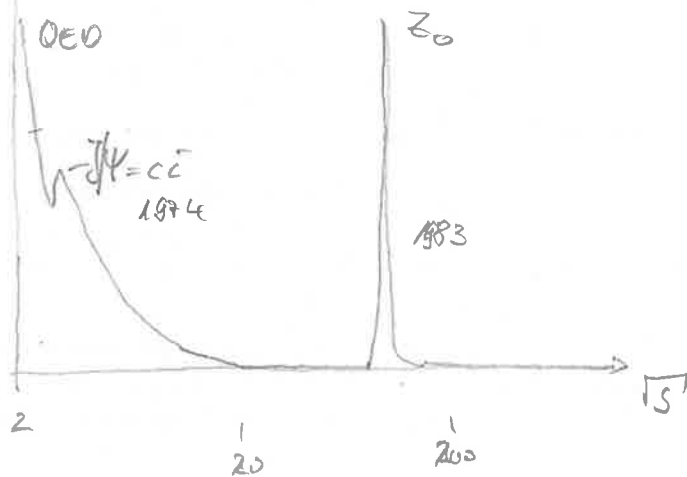
$$\sigma_{\text{tot}} \sim \frac{1}{s}$$

$\sqrt{s} \gg m$

vorige Seite mit $m_W \rightarrow m_Z$

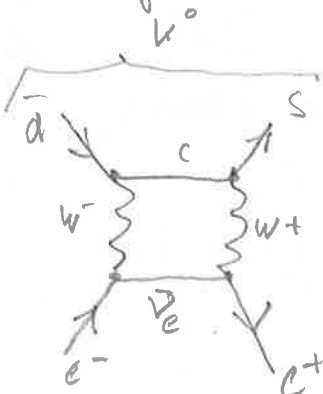
$$\sigma_{\text{tot}} \sim s \left(\frac{m_Z^2}{s - m_Z^2} \right)^2$$

experimentell: $\sigma_{\text{tot}}^{(nb)}$



S. Griffiths
Seite 338

im Vergleich dazu ist die Kopplung an das W-Boson um 2 Ordnungen in GF



Das elektroschwache Standardmodell

- * in den vorherigen Kapitel über QED und QCD haben wir gesehen, wie die genaue Form der WW aus einem Symmetrieprinzip folge, und zwar einer lokalen, d.h. x -abhängigen Symmetriegruppe $U(1)$ für QED und $SU(3)$ für QCD (= Eichtheorie)
- * im vorherigen Kapitel haben wir sukzessive das Fermi-Modell der schwachen WW verfeinert (Paritätsverletzung!) um bis zur Einführung der massiven Z^0 - und W^\pm -Bosonen als Träger dieser WW zu gelangen.
- Können wir die schwache WW auch als Eichtheorie formulieren, mit einer lokalen $SU(2)$ Symmetrie (wg. WW der Generationen)?
- Warum ist das überhaupt wichtig?

Renormierbarkeit

- Betrachten wir schematisch den Unterschied zwischen Feynman-Graphen

auf Baum-Niveau
(tree-level)



und 1-Schleifen-Niveau
(loop-level)



mit Amplituden

$\mathcal{M}(1)$
2. Ordnung

?

$\mathcal{M}(2)$
4. Ordnung

schematisch gilt

$$\mathcal{M}(2) \sim \mathcal{M}(1) \cdot \text{loop}$$

← enthält Fermion mit Masse m

bzw nach Anwendung der Feynman-Regeln

$$M(2) \sim M(1) \cdot \frac{ie^2}{q^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\gamma^\mu \frac{i(\not{k} + m)}{k^2 - m^2} \gamma^\nu \frac{i(\not{q} + \not{k} + m)}{(q+k)^2 - m^2} \right]$$

wegen $\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \gamma^\beta) \stackrel{8.1.3}{=} 4(\eta^{\mu\alpha} \eta^{\nu\beta} - \eta^{\mu\nu} \eta^{\alpha\beta} + \eta^{\mu\beta} \eta^{\alpha\nu})$

$$\sim M(1) \cdot \frac{-4ie^2}{q^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\mu q^\nu + k^\nu q^\mu + 2k^\mu k^\nu - \eta^{\mu\nu} (k \cdot q + k^2 - m^2)}{(k^2 - m^2)(q+k)^2 - m^2}$$

- das Integral hat 2 mögliche Gründe divergent zu sein:

Pole: wenn das Teilchen in der Schleife auf der Massenschelle ist (on-shell), d.h. an den Polstellen

$$\text{bei } k_0 = \pm \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \text{ und } k_0 = -q \pm \sqrt{(\vec{q} + \vec{k})^2 + m^2}$$

→ in der QFT gibt es einen systematischen Umgang mit diesen von den Propagatoren stammenden Polstellen: dazu werden diese durch Addition $\pm i\epsilon$ in \mathbb{C} -R verschoben

Ultraviolette (UV) Divergenzen:

der letzte (und vorletzte) Term ist divergent da

$$\begin{aligned} k \cdot q + k^2 - m^2 &= k^2 + \frac{1}{2} [(q+k)^2 - q^2 - k^2] - m^2 \\ &= \frac{1}{2} (k^2 - m^2) + \frac{1}{2} [(q+k)^2 - m^2] - \frac{1}{2} q^2 \end{aligned}$$

⇒ Beitrag zum Integral shift $q+k \rightarrow k$

$$\frac{4ie^2}{q^2} \gamma^{\mu\nu} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{(k^2 - m^2)} - \frac{q^2}{2} \frac{1}{(k^2 - m^2)(q+k)^2 - m^2} \right]$$

$$\int_0^\infty \int dR R^3 f(R) \text{ für } R \rightarrow \infty \sim \frac{1}{R^2} \text{ quadratisch divergent} \sim \frac{1}{R^4} \text{ logarithmisch divergent}$$