## Die Quantenzahl schwache Hyperladung (weak hypercharge) $Y_W$

in Analogie zur starken Hyperladung (s. S. 75 Nachweg) definieren wir folgende Kombination aus $I_z^W$-Komponente der schwachen $SU(2)$ und elektromagnetischer Ladung $Q$ zu

$$Q = I_z^W + Y_W \qquad \text{(in der Literatur aber meist } +\tfrac{1}{2} Y_W \text{)}$$

- für $SU(2)_L$ Dubletts wie $L_{1,L} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \leftarrow \begin{matrix} I_z^W = +\frac{1}{2} \\ I_z^W = -\frac{1}{2} \end{matrix}$

und für Singuletts wie $e_R^-$ : $I_z^W = 0$ (ungeladen unter $SU(2)_L$)

damit erhalten wir folgende Werte

| Teilchen | $L_{i,L}$ | $e_R, \mu_R, \tau_R$ | $Q_{i,L}$ | $u_R, c_R, t_R$ | $d_R, s_R, b_R$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $Y_W$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ | $+\frac{1}{6}$ | $+\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ |

| | Higgs |
|---|---|
| $Y_W$ | $+\frac{1}{2}$ |

## Die Lagrange-Funktion des Higgs Bosons :

kinetischer Term und WW mit Eichfeldern

$$\mathcal{L}^{\phi,\text{gauge}} = (D_\rho \Phi(x))^\dagger (D^\rho \Phi(x))$$

ist Lorentzinvariant mit $D_\rho$ von S. 90

Massenterm und Potential

$$\mathcal{L}^{\phi\phi} = \underbrace{-\kappa \Phi^\dagger(x) \Phi(x)}_{\text{Standard Massenterm}} \underbrace{- \lambda (\Phi^\dagger(x) \Phi(x))^2}_{\text{WW-Vertex mit 4 Bosonen, max erlaubt wegen Renormierbarkeit}}$$

## WW zwischen Higgs und Fermionen: Yukawakopplung

- es fehlen uns noch die WW zwischen dem Higgs Boson und den übrigen Materiefeldern. Es sind grundsätzlich alle Terme erlaubt, die Lorentz-invariant, reell und renormierbar (d.h. max 3 Teilchen) sind.
- jeder dieser Terme bekommt eine eigene Kopplungskonstante
- bei der schwachen WW hatten wir bereits Linearkombinationen der Quarks gebildet $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}$. D.h. wir werden hier zunächst weitere solcher Kombination erlauben: $u'', d''$ usw

$$\mathcal{L}^{\phi q} = -h_u \left( \bar{Q}'_{1,L} \cdot \Phi \, \Psi_{u'',R} + \bar{\Psi}_{u'',R} \Phi^\dagger \cdot Q'_{1,L} \right)$$

$$- h_d \left( \bar{Q}'_{1,L} \cdot \Phi \, \Psi_{d'',R} + \bar{\Psi}_{d'',R} \Phi^\dagger \cdot Q'_{1,L} \right)$$

+ entsprechende Terme für die 2. und 3. Generation

- wenn wir annehmen, daß es im SM keine Leptonmischungen gibt – wie schon in der schwachen WW – so können wir auf Linearkombinationen $e''$ usw verzichten

$$\mathcal{L}^{\phi, l} = -h_e \left( \bar{L}_{1,L} \cdot \Phi \, \Psi_{e,R} + \bar{\Psi}_{e,R} \Phi^\dagger \cdot L_{1,L} \right)$$

+ entsprechende Terme für die 2. und 3. Generation

$\Rightarrow \quad \exists \quad 6+3$ Yukawakopplungskonstanten:

$h_u, h_d, h_s, h_c, h_t, h_b \; + \; h_e, h_\mu, h_\tau$ die wir im Folgenden reell wählen

- wir nehmen hier an daß es keine $\nu_R$ gibt und führen deshalb keine $\Phi$-$\nu_R$ WW ein

[Literatur: L. H. Ryder "QFT", Kapitel 8]

# Spontane Symmetriebrechung & Higgs Boson

- in der klassischen Feldtheorie haben wir

$\mathcal{L} = T - V$ , T: kinetische Energie
V: potentielle Energie

d.h. im Falle des Higgs-Bosons welches ein SU(2) Dublett ist

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\phi_1(x) + i\phi_2(x) \\ \phi_3(x) + i\phi_4(x)\end{pmatrix}$$

haben wir ursprünglich 4 reelle Freiheitsgrade

und im Potential $V(\Phi) = \kappa\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$

ist normalerweise $\kappa > 0$ der Massenterm

$\kappa\Phi^\dagger\Phi = \frac{\kappa}{2}(|\phi_1|^2 + |\phi_2|^2 + |\phi_3|^2 + |\phi_4|^2)$ $(\to \kappa = m^2)$

- die klassische Energie der Theorie (ohne ww)

$\mathcal{L} = \partial_\mu\Phi^\dagger\partial^\mu\Phi - V(\Phi)$

ist nur nach unten beschränkt wenn der höchste Koeffizient im Potential (hier $\phi^4$) eine positive Kopplung $\lambda > 0$ besitzt

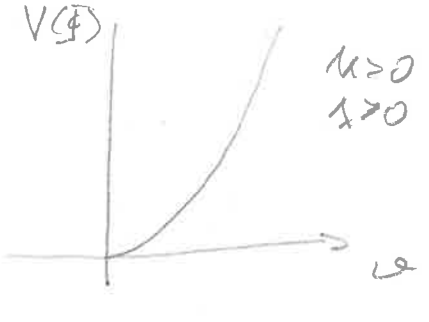
* die obige $\mathcal{L}$ ist invariant unter globalen U(2) Trafos, und das klassische Minimum wäre für $\kappa > 0$, $\lambda > 0$ bei $\Phi \equiv \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

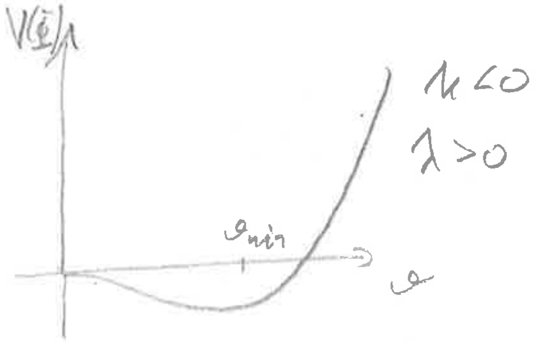
* wie z.B. beim Magnetismus des Ferromagneten, wo der Hamiltonian rotationsinvariant ist, der Grundzustand

aber mit seiner Magnetisierung $\nearrow\nearrow\nearrow$ die Rotationsinvarianz bricht, gibt es auch hier die Möglichkeit einer <u>spontanen Symmetriebrechung</u>:

betrachte $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \vartheta \end{pmatrix}$, $\vartheta = \text{const} \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow V(\Phi) = \frac{1}{2}\kappa\vartheta^2 + \frac{1}{4}\lambda\vartheta^4$




def $\kappa = -\mu^2$, $\mu^2 > 0$ $\Rightarrow$ hat $V$ sein <u>klassisches Minimum</u> bei $V'(\vartheta) = (-\mu^2 + \lambda\vartheta^2)\vartheta \doteq 0$ bei $\vartheta_{min} = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$

* offenbar hat das Potential mit spontan gebrochener Symmetrie eine verbleibende Symmetrie $V\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \vartheta \end{pmatrix}\right) = V\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ e^{i\theta}\vartheta \end{pmatrix}\right) = V\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{i\theta}\vartheta \\ 0 \end{pmatrix}\right)$

d.h. Anregungen in Winkelrichtung $\theta$ mit Radius $\vartheta_{min}$ kosten keine Energie


3 massive u. 1 masseloses $\phi$ vs. 4 massive $\phi$

$\Rightarrow$ diese <u>masselosen</u> Anregungen heißen <u>Goldstone Bosonen</u> und sind eine automatische Konsequenz der Brechung einer <u>globalen, kontinuierlichen Symmetrie</u> (Goldstone Theorem)

* da wir eine quantenmechanische Feldtheorie betrachten kann der Grundzustand nicht konstant sein.

Brechung einer lokalen Symmetrie:

Parametrisiere $\underline{\Phi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\phi_1(x)+i\phi_2(x)\\ v+\phi_0(x)+i\phi_3(x)\end{pmatrix}$

zusätzlich: dank der lokalen SU(2) Eichsymmetrie ist dies äquivalent zu $U\underline{\Phi}' = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v+\phi_0(x)\end{pmatrix}$

d.h. wir brechen nun die Symm. einer Eichtheorie spontan!

$$\Rightarrow V\left(\underline{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v+\phi_0(x)\end{pmatrix}\right) = -\frac{\mu^2}{2}\left(v^2+2v\phi_0+\phi_0^2\right) + \frac{\lambda}{4}\left(v^4+4v^3\phi_0(x)+6v^2\phi_0^2(x)+4v\phi_0^3(x)+\phi_0^4(x)\right)$$

$$= -\frac{\mu^2}{2}v^2+\frac{\lambda}{4}v^4 + \underbrace{(-\mu^2+\lambda v^2)}_{=0\ \text{min}}v\phi_0(x) + \frac{1}{2}\underbrace{(-\mu^2+3\lambda v^2)}_{\hat{=}\,2\mu^2 = m^2_{Higgs}}\phi_0^2(x) + \lambda v\phi_0^3(x) + \frac{\lambda}{4}\phi_0^4(x)$$

normaler Massenterm $m_H^2 > 0$

3 Boson WW Term

4 Boson WW Term, beide erlaubt

Fazit: es gibt durch die spontane Symmetriebrechung nur ein reelles Skalarfeld mit Masse $m_H \approx 125$ GeV (LHC) und 3er und 4er Selbst-WW

Frage: Was passiert mit den Vektorbosonen (im SM) die an das Higgs-Boson $\underline{\Phi}$ koppeln? Wir brauchten aber die lokale SU(2) Eichsymmetrie um $\phi_{1,2,3}(x)$ wegzurotieren!