Wdh. Higgs Sektor des SM:

Webseite wieder OK

- Kin. Term und WW mit Eichfeldern der $U(1)_Y \times SU(2)_L$
- Potential: Massenterm & Selbst WW
- Yukawa Kopplungen: WW mit Fermionen: ℓ ν q Φ $\tilde{\Phi}$

Spontane Symmetriebrechung

Bsp Higgs 4 reelle Skalarfelder mit Masse m

* Spont. Sym. Brechung d. globalen Sym → 3 massive reelle Skalarfelder +1 masseloses reelles Skalarfeld

* Brechung lokaler Symmetrie & Massenerzeugung
  4 massive reelle Skalarfelder und 4 masselose Eichfelder

→ 1 massives reelles Skalarfeld und 3 massive + 1 masseloses Eichfeld

Vektorbosonen im Standardmodell

- wir betrachten nun die WW des Higgs Φ mit den Eichbosonen der $U(1)_Y \times SU(2)_L$ Theorie, insbesondere des Anteils $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}$ der die Spontane SymmetrieBrechung (SSB) verursacht

!

$\Longrightarrow$ Einige der Vektorbosonen werden massiv: $W^\pm, Z^0$ wobei das A_μ masselos bleibt.

Diese Mechanismus heißt Brout-Englert-Higgs Mechanismus

d.h. die spontane Symm.brechung des Higgs bricht auch die Eichsymm.

Kin. Term:

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) = \frac{1}{2}\left[\left(ig\vec{T}\cdot\vec{W}_\mu + \frac{i}{2}g' B_\mu \mathbb{1}\right)\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}\right]^\dagger \left[\left(ig\vec{T}\cdot\vec{W}^\mu + \frac{i}{2}g' B^\mu \mathbb{1}\right)\begin{pmatrix}0\\v\end{pmatrix}\right]$$

$T_a = \frac{1}{2}\sigma_a$

$\sigma_a^\dagger = \sigma_a$

W_μ, B_μ reell

$$= \frac{v^2}{8}(0,1)\Big(-ig\underbrace{\vec{\sigma}\cdot\vec{W}_\mu}_{\sigma_i W^i_\mu} - ig' B_\mu \mathbb{1}\Big)\Big(ig\underbrace{\vec{\sigma}\cdot\vec{W}^\mu}_{\sigma_j W^\mu_j} + ig' B^\mu \mathbb{1}\Big)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

benutze Eigenschaften der Paulimatrizen

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij}\mathbb{1}_2 + i\epsilon_{ijk}\sigma_k$$

sowie $(0,1)\,\sigma_1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = (0,1)\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = 0$

$\sigma_2 \quad \begin{pmatrix}0&i\\-i&0\end{pmatrix} = 0$

$\sigma_3 \quad \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix} = -1$

$$= \frac{v^2}{8} g^2 \left(W^1_\mu W^{1\mu} + W^2_\mu W^{2\mu}\right)$$

$$+ \frac{v^2}{8}\left(g^2 W^3_\mu W^{3\mu} - gg'\left(W^3_\mu B^\mu + B_\mu W^{3\mu}\right) + g'^2 B_\mu B^\mu\right)$$

* diese haben die Form von Massentermen, sind aber (noch) nicht diagonal in den Eichfeldern!

Diagonalisierung des bilinearen Terms in W_ρ^3 und B_ρ:

$$= \frac{v^2}{8}\left(gW_\rho^3 - g'B_\rho\right)\left(gW^{3\rho} - g'B^\rho\right)$$

$$= \frac{v^2}{8}\left(g^2+g'^2\right)\Big(\underbrace{\frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}}_{=\cos\theta_W} W_\rho^3 - \underbrace{\frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}}_{=\sin\theta_W} B_\rho\Big)\Big(\frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} W^{3\rho} - \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} B^\rho\Big)$$

definiere $\sin\theta_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}$, $\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}$, θ_W Weinberg winkel

sowie die Linearkombination:

$$\begin{pmatrix} Z_\rho \\ A_\rho \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}}_{\in SO(2) \subseteq SU(2)} \begin{pmatrix} W_\rho^3 \\ B_\rho \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z_\rho \\ A_\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_\rho^3 \\ B_\rho \end{pmatrix}$$

"Rotation" im Raum der

$$= \frac{v^2}{8}\left(g^2+g'^2\right) Z_\rho Z^\rho$$

* wir redefinieren auch noch die Komponenten W^1_ρ, W^2_ρ zu

$$W_\rho^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\rho^1 - iW_\rho^2\right), \quad W_\rho^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\rho^1 + iW_\rho^2\right)$$

da diese so in der kovarianten Ableitung vorkommen

unverändert

$$\Rightarrow \left(\frac{vg}{2}\right)^2 \frac{1}{2}\left(W_\rho^1 W^{1\rho} + W_\rho^2 W^{2\rho}\right) = \left(\frac{vg}{2}\right)^2 \frac{1}{2}\left(W_\rho^+ W^{+\rho *} + W_\rho^- W^{-\rho *}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(D_\rho\Phi\right)^\dagger\left(D^\rho\Phi\right) = \frac{1}{2}m_W^2 W_\rho^+ W^{+\rho *} + \frac{1}{2}m_W^2 W_\rho^- W^{\rho - *} + \frac{1}{2}m_Z^2 Z_\rho Z^\rho + \frac{1}{2}m_\gamma A_\rho A^\rho}$$

mit $m_W = \frac{vg}{2}$, $m_Z = \frac{v\sqrt{g^2+g'^2}}{2}$, $m_\gamma = 0$!

d.h. A_ρ ist unser Photon, da masselos

* Die Anzahl der physikalischen Freiheitsgrade bleibt bei der spontanen Symmetriebrechung erhalten:

- globale Sym. Brechung: 4 massive ϕ → 3 massive ϕ + 1 masseloses ϕ ✓
- lokale " " : 4 massive ϕ + 4 masselose Eichfelder (= 2 Freiheitsgrade pro Feld

→ 1 massives ϕ (rest "weggedreht" mittels lokaler Eichtrafo)

+ 3 massive Eichfelder (diese haben $\underline{3}$ Freiheitsgrade pro Feld da 2 transversale Richtung)

+ 1 masseloses Eichfeld (2 Freiheitsgrade)

$$\sum \quad 1 + 3\cdot 3 + 2 = 4 + 4\cdot 2 = 12 \ ✓$$

* dies gilt auch für <u>allgemeineren Teilcheninhalt</u> mit lokaler <u>Eichgruppe G</u> die zu einer Untergruppe gebrochen wird [mehr s. Kap. 8, L. Ryder]

• Zurück zur kovarianten Ableitung $D_\mathcal{S}$ ausgedrückt durch die neuen Felder $W^\pm, Z, A$ (nicht nur auf Φ wirkend)

$$\begin{aligned}
D_\mathcal{S} &= \partial_\mathcal{S} + i g T^a W^a_\mathcal{S} + i Y_W g' B_\mathcal{S} \\
&= \partial_\mathcal{S} + \frac{ig}{2}\begin{pmatrix} W^3_\mathcal{S} & W^1_\mathcal{S} - iW^2_\mathcal{S} \\ W^1_\mathcal{S} + iW^2_\mathcal{S} & -W^3_\mathcal{S} \end{pmatrix} + i Y_W g' \begin{pmatrix} B_\mathcal{S} & 0 \\ 0 & B_\mathcal{S} \end{pmatrix} \\
&= \partial_\mathcal{S} + i\frac{g}{2}\sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 & W^+_\mathcal{S} \\ W^-_\mathcal{S} & 0 \end{pmatrix} + i\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\begin{pmatrix} \cos\theta_W W^3_\mathcal{S} + 2Y_W \sin\theta_W B_\mathcal{S} & 0 \\ 0 & -\cos\theta_W W^3_\mathcal{S} + 2Y_W \sin\theta_W B_\mathcal{S} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

mit $c \equiv \cos\theta_W$, $s = \sin\theta_W$ bekommen wir für die letzte Matrix, wenn wir W_μ^3 und B_μ durch Z_μ und A_μ ausdrücken:

$$\frac{i\sqrt{g^2+g'^2}}{2}\begin{pmatrix} (c^2-2Y_W s^2)Z_\mu + 2cs\left(\underline{\tfrac{1}{2}+Y_W}\right)A_\mu & 0 \\ 0 & -(c^2+2Y_W s^2)Z_\mu + 2cs\left(\underline{-\tfrac{1}{2}+Y_W}\right)A_\mu \end{pmatrix}$$

- $W_\mu^\pm$ bilden eine antidiagonale Matrix, d.h. sie mischen verschiedene Teilchen und sind für die geladenen Ströme in der Kopplung zu den Fermionen verantwortlich

  $\Rightarrow$ $\underline{g = g_W}$ aus Vergleich

- Z_μ und A_μ koppeln diagonal d.h. sie koppeln dieselben Teilchen und sind für die neutralen Ströme verantwortlich:

  - Z_μ koppelt anders an als $W^\pm$ mit

    $\sqrt{g'^2+g^2}\,(\pm c^2 \mp 2Y_W s^2) = (\pm g_W c \mp 2Y_W g_W s)$ je nach Kopplung Y_W

  - insbesondere können wir nun

    $\underline{\sqrt{g^2+g'^2}\, cs = g_W \sin\theta_W = e}$ identifizieren in der Kopplung zu A_μ

und wir verstehen warum wir die Beziehung zwischen elektromagn. Ladung $\boxed{Q = I_z^W + Y_W}$ gewählt haben!

Bsp: vor der spont. Sym. Brechung hat $\Phi = \begin{pmatrix}\phi^+ \\ \phi^0\end{pmatrix}$, $I_W^z \;\begin{matrix}+\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2}\end{matrix}$, beide $Y_W = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ $\phi^+_{\in\mathbb{C}}$ hat Ladung $Q = +1$, $\phi^0_{\in\mathbb{C}}$ hat $Q = 0$ wie das $\phi_0(x)$ nach SSB im Kapitel über die schwache WW S. 82 hatten wir identifiziert

$$G_F = \frac{g_W^2}{4\sqrt{2}\, m_W^2} = \frac{g^2\, 4}{4\sqrt{2}\,(\vartheta g)^2} \Rightarrow \vartheta^2 = \frac{1}{\sqrt{2}\, G_F} \approx 246\,\text{GeV}$$

* wir hatten zwar $2\mu^2 = m_H^2$ hergeleitet wegen

$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$ legt v damit aber nicht m_H^2 fest, da λ im Potential ebenfalls ein freier Parameter ist!

Die Fermion-Massen im SM: Leptonen

* wir beginnen mit den Leptonen ℓ, diese WW über die Yukawa-Kopplungen folgendermaßen mit dem Higgs (nach SSB)

$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \vartheta + \phi_0(x) \end{pmatrix}$, siehe S. 93 hier für die 1. Generation

$$\mathcal{L}^{\phi,\ell} = -h_e\left(\begin{pmatrix}\nu_e \\ e\end{pmatrix}_L \Phi\, e_R + \bar{e}_R\, \Phi^+ \begin{pmatrix}\nu_e \\ e\end{pmatrix}_L\right) \quad + \text{2. 8 3. Gen}$$

$$= -\frac{h_e \vartheta}{\sqrt{2}}\underbrace{(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)}_{\bar{e}e \text{ wie der Massenterm in der Dirac-Gl } \bar{\Psi}_e \Psi_e} - \frac{h_e}{\sqrt{2}}\left(\bar{e}_L \phi_0 e_R + \bar{e}_R \phi_0^+ e_L\right)$$

μ μ
e e

+ 2. 8 3. Generation

$$\Rightarrow \text{identifiziere} \quad \boxed{m_e = \frac{h_e \vartheta}{\sqrt{2}},\; m_\mu = \frac{h_\mu \vartheta}{\sqrt{2}},\; m_\tau = \frac{h_\tau \vartheta}{\sqrt{2}}}$$

die Massen von e^-, μ^- und τ^-! Damit sind die Yukawa Kopplungen fixiert! mit m_ℓ wachsend

* wie wir sehen bleiben $\nu_{e_L}, \nu_{\mu_L}, \nu_{\tau_L}$ masselos

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{L}^{\phi\ell} = -m_e \bar{\Psi}_e \Psi_e - m_\mu \bar{\Psi}_\mu \Psi_\mu - m_\tau \bar{\Psi}_\tau \Psi_\tau - \frac{m_e}{\vartheta}\left(\bar{\Psi}_L \phi_0 \Psi_{e_R} + h.c.\right) - \frac{m_\mu}{\vartheta}\left(\bar{\Psi}_{\mu_L} \phi_0 \Psi_{\mu_R} + h.c.\right) - \frac{m_\tau}{\vartheta}\left(\bar{\Psi}_{\tau_L} \phi_0 \Psi_{\tau_R} + h.c.\right)}$$

Die Massen der Quarks im SM

- der Einfachheit halber betrachten wir in den Yukawa-Kopplungen nur den v-Anteil von $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi_0(x) \end{pmatrix}$, da der $\phi_0(x)$ Anteil sich analog ergibt
- wir haben bisher 3 verschiedene Kombination von Quarks $q = u, d, s, c, b, t$ kennengelernt q, q', q''
  - die ungestrichenen q's sind die QCD Eigenzustände d.h. in der WW in $\mathcal{L}_{QCD}$ S 71
  - die gestrichenen Quarks d', s' (und t') s. S. 80, die die Eigenzustände in der schwachen WW sind
  - die 2-fach gestrichenen Quarks q'' die Eigenzustände in der WW mit dem Higgs Boson sind.

z.B. für die 1. Generation $Q'_{1,L} = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$ s. 93 *

$$\mathcal{L}^{qq} = -h_u\left(\bar{Q}'_{1,L}\tilde{\Phi}\psi_{u''_{1},R} + \bar{\psi}_{u''_{1},R}\tilde{\Phi}^{+}Q'_{1,L}\right) - h_d\left(\bar{Q}'_{1,L}\Phi\psi_{d''_{1},R} + \bar{\psi}_{d''_{1},R}\Phi^{+}Q'_{1,L}\right)$$

$$= -h_u\left(\begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d}' \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}\psi_{u''_{1},R} + \bar{\psi}_{u''_{1},R}\left(\tfrac{v}{\sqrt{2}}, 0\right)\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L\right) - h_d\left(\begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d}' \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\psi_{d''_{1},R} + \bar{\psi}_{d''_{1},R}\left(0, \tfrac{v}{\sqrt{2}}\right)\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L\right)$$

* wobei $\boxed{\tilde{\Phi} \equiv i\sigma_2\bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^{+*} \end{pmatrix} \overset{\text{hier}}{=} \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} v + \phi_0(x) \\ 0 \end{pmatrix}}$ das Ladungs-konjugierte Higgs ist

$$= -\frac{h_u v}{\sqrt{2}}\left(\bar{u}_L u''_R + \bar{u}''_R u_L\right) - \frac{h_d v}{\sqrt{2}}\left(\bar{d}'_L d''_R + \bar{d}''_R d'_L\right)$$

dies sind bilineare Terme wie wir sie für Massen brauchen