

Sowie entsprechend für die 2. und 3. Generation

* Experimentell stellt sich heraus, daß u, c und t ebenfalls Masseneigenzustände sind, d.h. $u = u^u, c = c^c, t = t^t$

und damit

$$-\frac{h_{uc}}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) = -\frac{h_{uc}}{\sqrt{2}} \bar{u} u \quad \text{d.h.} \quad \boxed{m_u = \frac{h_{uc}}{\sqrt{2}}}$$

Sowie entsprechend $\boxed{m_c = \frac{h_{cc}}{\sqrt{2}}}, \boxed{m_t = \frac{h_{tt}}{\sqrt{2}}}$ d.h. wieder h_q mit Masse

* Zwar sind d, s und b auch Masseneigenzustände, aber die d', s' und b' sind dies nicht

⇒ da wir nur alle 3 Generationen betrachten, beobachten bzw. allgemein-
nehmen wir die unitäre Rotation von S, θ $\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$

in einer 3×3 Matrix V_{CKM} klein

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

$V_{CKM}^+ = V_{CKM}^{-1}$
[Cabbibo Kobayashi-Maskawa - Matrix 1973]

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} V_{CKM}^+$$

die folgende Wahl von Linear kombinationen für d^u, s^c, b^t macht die Massenterm diagonal $\begin{pmatrix} d^u \\ s^c \\ b^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_d^{-1} & & \\ & h_s^{-1} & \\ & & h_b^{-1} \end{pmatrix} V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$

dim

$$-\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{d}'_L h_d d_R^u + \bar{s}'_L h_s s_R^u + \bar{b}'_L h_b b_R^u \right)$$

$$= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\begin{pmatrix} \bar{d}' \\ \bar{s}' \\ \bar{b}' \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d^u \\ s^u \\ b^u \end{pmatrix}_R \right)$$
$$\left(\begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{s} \\ \bar{b} \end{pmatrix}_L \begin{matrix} V^t & & \\ & V & \\ & & 1 \end{matrix} \begin{pmatrix} h_d & & \\ & h_s & \\ & & h_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R \right)$$

$$= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(h_d \bar{d}_L d_R + h_s \bar{s}_L s_R + h_b \bar{b}_L b_R \right)$$

$$\Rightarrow -\frac{h_d \vartheta}{\sqrt{2}} (\bar{d}'_L d''_R + \bar{d}''_R d'_L) - \frac{h_s \vartheta}{\sqrt{2}} (\bar{s}'_L s''_R + \bar{s}''_R s'_L) - \frac{h_b \vartheta}{\sqrt{2}} (\bar{b}'_L b''_R + \bar{b}''_R b'_L)$$

$$= -\frac{\vartheta}{\sqrt{2}} (\underbrace{h_d (\bar{d}'_L d''_R + \bar{d}''_R d'_L)}_{\bar{d}d} + \underbrace{h_s (\bar{s}'_L s''_R + \bar{s}''_R s'_L)}_{\bar{s}s} + \underbrace{h_b (\bar{b}'_L b''_R + \bar{b}''_R b'_L)}_{\bar{b}b})$$

$$\Rightarrow m_d = \frac{h_d \vartheta}{\sqrt{2}}, \quad m_s = \frac{h_s \vartheta}{\sqrt{2}}, \quad m_b = \frac{h_b \vartheta}{\sqrt{2}}$$

wie vorher.

Aber: in der WW mit W^\pm, Z, A stehen die $q' = d', s', b'$!

Parametrisierung der V_{CKM} -Matrix & CP-Verletzung

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \in U(3)$$

experimentell:

$$|V_{ij}| = \begin{pmatrix} 0,974 & 0,225 & 0,004 \\ 0,225 & 0,973 & 0,041 \\ 0,005 & 0,040 & 0,989 \end{pmatrix} \leftarrow$$

[Partielle Dirac-Group]

d.h. - fast diagonal

- besonders geringe Mischung zwischen der 3. und den
übrigen Generationen

* Wieviele freie Parameter (Winkel und Phasen) enthält
die V_{CKM} -Matrix?

iA $U \in U(n)$ hat n^2 reelle Parameter, d.h.

hier $n=3 \Rightarrow 9$ Parameter

(Warum n^2 : $U_{ij} \in \mathbb{C} \Rightarrow 2n^2$ Parameter - # Bedingungen (null))

die Gleichung $U^\dagger U = \mathbb{1}$

- alternativ: $U = \exp[iH]$, $H = H^\dagger$ $n \times n$ Hermitesche

d.h. n reelle auf der Diagonalen und $2 \cdot \frac{n(n-1)}{2}$ reelle auf der oberen Dreiecksmatrix d.h. $n + n(n-1) = n^2$)

Vom $n=3$:

- 3 reelle Parameter können als Winkel geschrieben werden ($SO(n) \subseteq U(n)$, für $n=3$ 3 Eulerwinkel für Rotation in 3D)

- 6 reelle Parameter können als Phasen geschrieben werden. Davon können 5 durch Redefinition der Quarkfelder absorbiert werden (iA. $2n-1$)

\Rightarrow 3 Winkel $\vartheta_{12}, \vartheta_{13}, \vartheta_{23}$ und 1 Phase δ übrig

Die Standardparametrisierung:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit $c_{ij} = \cos \vartheta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \vartheta_{ij}$

Beispiel, Beschreibung von Phasen durch Redefinition der Felder

$U(2) \Rightarrow 2^2 = 4$ Parameter, davon 1 Winkel ϑ (aus SO(2))

$$\begin{pmatrix} \psi_{1'} \\ \psi_{2'} \end{pmatrix} = V_2 \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} c e^{i\delta_1} & s e^{i\delta_3} \\ -s e^{i\delta_2} & c e^{i(\delta_2 + \delta_3 - \delta_1)} \end{pmatrix}}_U \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} c = \cos \vartheta \\ s = \sin \vartheta \\ U U^\dagger = \mathbb{1} \end{array}$$

$$= \begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i(\delta_3 - \delta_1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

d.h. die Redefinitionen

$$\begin{pmatrix} \psi_{1'} \\ \psi_{2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\delta_1} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{1'} \\ \psi_{2'} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \psi_{1'} \\ \psi_{2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i(\delta_3 - \delta_1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

liefert

$$\begin{pmatrix} \psi_{1'} \\ \psi_{2'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{1'} \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{mit nur einem Winkel } \vartheta \\ \text{das übrig bleibt,} \\ \text{wie bei Cabibbo} \end{array}$$

Fazit: für V_{CKM} gibt es keine volle Darstellung.

Warum ist diese Phase δ wichtig? CP-Verletzung!

Diese ist wichtig da so Prozesse erlaubt sind, die dafür verantwortlich sein können, daß im frühen Universum ein Überschuß an Materie (im Vergleich zur Antimaterie) erzeugt wurde. Wir beobachten heute im Universum einen Überschuß an Materie!



Wenn CP verletzt wird ist der Zustand zu t_2 unterschiedlich vom Zustand zu t_0 , d.h. nach Paarvernichtung kann etwas übrig bleiben.

CP-Verletzung: das Experiment von Cronin & Fitch 1964: (Nobelpreis 1980)

Aufgabe 9.4. CP Eigenzustände

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \quad \hat{C}\hat{P} |K_S^0\rangle = + |K_S^0\rangle$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle), \quad \hat{C}\hat{P} |K_L^0\rangle = - |K_L^0\rangle$$

außerdem (S. 75, 46)

$$\hat{C}\hat{P} |\pi^+\pi^-\rangle = + |\pi^+\pi^-\rangle$$

$$\text{und } \hat{C}\hat{P} |\pi^0\pi^0\rangle = - |\pi^0\pi^0\rangle$$

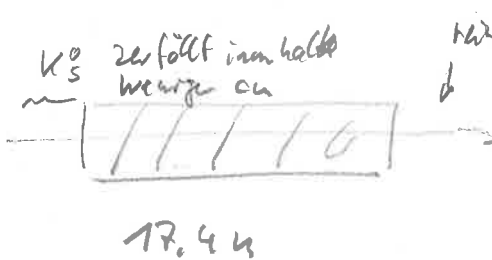
d.h. es zerfällt $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ $\tau \approx 0,9 \cdot 10^{-10} \text{ s}$, $c\tau \approx 27 \text{ cm}$

$K_L^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ $\tau \approx 5,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$, $c\tau = 15,5 \text{ m}$

Experiment-schematische

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|K_S^0\rangle + |K_L^0\rangle]$$

↑
erzeugt durch starke WW
als Strange Eigenzustand ($u\bar{d}$),
dies zerfällt durch schwache
WW



22900 Zerfälle
gemessen,
davon
45 Zerfälle
 $\pi^+\pi^-$ oder $\pi^0\pi^0$
d.h. CP
wurde im Zerfall
verletzt!

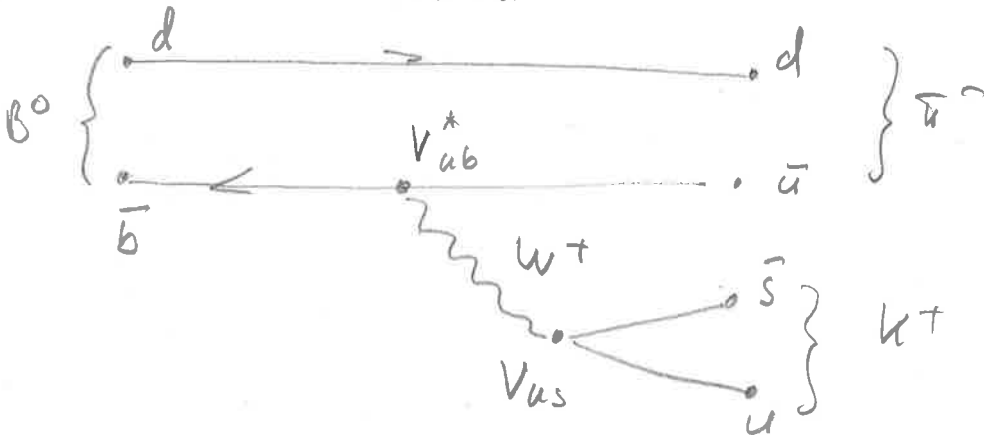
Bsp wo V_{cku} - Matrixelemente eine Rolle spielen:

Zerfall $B^0 \rightarrow k^+ + \bar{u}^-$ (Z Prozess)

$\hat{C}\hat{P}$ zerfall $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{k} + u^+$ (\tilde{Z} Prozess)

Quarkmodell: $B^0 = d\bar{b}$, $k^+ = u\bar{s}$, $\bar{u}^- = d\bar{u}$

d.h. direkter zerfall (ZD): $\bar{b} \rightarrow \bar{u} + W^+ \rightarrow \bar{u} + u + \bar{s}$
direkt



mit Amplitude $M_D = |A_D| e^{i\theta_D} e^{i\delta_D}$ phase aus schwacher WW
 und Antisprechend phase aus starker WW, erholt $\hat{C}\hat{P}$

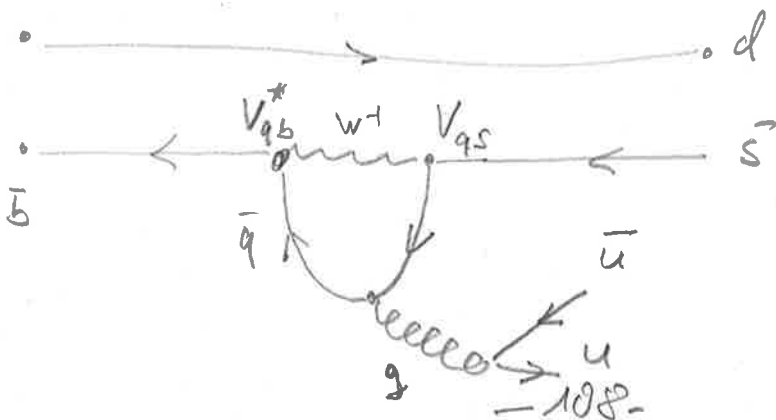
aus $\hat{C}\hat{P}$ ZD = \tilde{Z} D $\tilde{M}_D = |A_D| e^{i\theta_D} e^{-i\delta_D}$, $\delta_D \sim V_{ub} V_{us}^*$

* in Fermis Goldstone Regel ist nur $|\tilde{M}_D| = |M_D|$ relevant

→ aber es gibt noch einen Konkurrenzprozess von Ordnung g^2

(ZP) $\bar{b} \rightarrow \bar{q} + W^+ \rightarrow \bar{q} + \bar{q} + W^+ \rightarrow u + \bar{c} + \bar{q} + W^+ \rightarrow \bar{c} + u + \bar{s}$

mit $\bar{q} = \bar{u}, \bar{c}, \bar{t}$



Penguin Diagramm

mit $M_p = |A_p| e^{i\theta_p} e^{i\delta_p}$, δ_p Phase von $V_{qb}^* V_{qs}$

$$\Rightarrow M = M_0 + M_p = |A_0| e^{i\theta_0} e^{i\delta_0} + |A_p| e^{i\theta_p} e^{i\delta_p}$$

zuordnung \tilde{M} , interpretiert \tilde{M} mit $-\delta_0, -\delta_p$

$$\Rightarrow |\tilde{M}|^2 - |M|^2 = 4|A_0||A_p| \sin(\theta_0 - \theta_p) \sin(\delta_0 - \delta_p)$$

BARBAR und BELLE - Experiment 2004

$$\frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \bar{u}^+) - \Gamma(B^0 \rightarrow \pi^+ u^-)}{\Gamma + \Gamma} = -0,115 \pm 0,018 \neq 0$$

* \exists andere mögliche Quellen von Phasen, und zwar wenn die Yukawa Kopplungen h_u, h_d nicht reell wären.