Das Standardmodell der Elementarteilchen

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G^{a\mu\nu} G^a_{\mu\nu} + \sum_{q \in u,d,s,c,t,b} \bar{\psi}_q \, i \not{D}_{QCD} \psi_q$$ QCD

mit $G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g_s f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu$, $T_{a=1,\dots,8}$ Gell-Mann matrizen

$\not{D}_{QCD} = \gamma^\mu (\partial_\mu - i g_s T^a A^a_\mu)$

$$-\frac{1}{4} F^{a\mu\nu} F^a_{\mu\nu} + \sum_{\psi_L \in L_i, Q_i'} \bar{\psi}_L \, i \not{D}_{sem} \psi_L + \sum_{\psi_R \in e_R, \mu_R, \tau_R, q_R} \bar{\psi}_R \, i \not{D}_{em} \psi_R$$ $SU(2)_L$

$$-\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}$$ $U(1)_Y$

mit $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu - g \epsilon^{abc} W^b_\mu W^c_\nu$

$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$

$\not{D}_{sem} = \gamma^g (\partial_g + i \frac{1}{2} g \sigma^a W^a_g + i Y_W g' B_g)$

$\not{D}_{em} = \gamma^g (\partial_g \qquad + i Y_W g' B_g$

Higgs Sektor $$+ (D^g_{sem} \Phi)^\dagger (D_{g\,sem} \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 , \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \phi_0(x) \end{pmatrix}$$

Yukawa Kopplungen $$- h_u (\bar{Q}'_{1,L} \tilde{\Phi} \psi_{uR} + \bar{\psi}_{u,R} \tilde{\Phi}^\dagger \cdot Q'_{1,L}) - h_d (\bar{Q}'_{1,L} \Phi \psi_{d,R} + \bar{\psi}_{d,R} \Phi^\dagger Q'_{1,L})$$

$$- h_e (\bar{L}_{1,L} \cdot \Phi \psi_{e,R} + \bar{\psi}_{e,R} \Phi^\dagger L_{1,L})$$ + 2. & 3. Generation + —— " ——

mit $\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$

Die Parameter des Standardmodells:

3 Eichkopplungen (oder $g_s, e, \sin\theta_W$)

3+6 Yukawa kopplungen

1+1 Higgs-Masse u Vakuumerwartungswert v

3+1 Winkel und Phase der V_{CKM} - Matrix

Σ 18

- die Yukawakopplungen bzw die Quarkmassen sind nicht unbedingt die besten Parameter (da z.B. sehr ungenau bekannt) um physikalische Konstanten einzuführen.

  → Im Review d Particle Data Group werden andere angegeben z.B. die Protonmasse m_p die bis auf viele Stellen genau bekannt ist.

Physik jenseits des Standardmodells

Neutrino-Massen

* auch wenn es bisjetzt keine direkte Messungen ... Massen gibt, können wir aus der Existenz von Massendifferenzen, die sich in ν-Oszillationen zeigen, auf die Existenz von ν-Massen schließen (diese wurden wegen fehlender Sonnen-ν lange vermutet)

$\Rightarrow$ das SM muß erweitert werden!

Zu möglichen Kandidaten von Massentermen später

Neutrino-Mischungen

* $(\nu_e)_L$ WW nur schwach, und zwar über $SU(2)_L$ in den Doubletts $L_{e,L} = \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \end{pmatrix}_L$ $\ell = e, \mu, \tau$,

in $\bar{L}_{e,L} \not{D}_{sew} L_{e,L}$

* in den Yukawa-Kopplungen fallen die ν's heraus (s. S. 101)
und wenn $m_{\nu_e} = 0$ WW die ν_e auch nicht gravitativ,
d.h. wir sehen $(\nu_e)_R$ einfach nicht

$\rightarrow$ Wenn $m_{\nu_e} \neq 0$ gibt es Neutrino-Massenterme ($\nu_{i=1,2,3}$)
und damit auch die Frage, ob die Masseneigenzustände auch Eigenzustände der schwachen WW sind

$\Rightarrow$ i.A. wird es wieder eine Mischungsmatrix U_{PMNS} à la V_{CKM} geben

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U_{PMNS} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

mit $U_{PMNS}^{+} = U_{PMNS}^{-1}$ unitär [Pontecorvo, Maki, Nakagawa, Sakata]

* Wieviele Parameter enthält U?

3 Winkel + 6 Phasen

→ wenn die ν's Dirac Spinoren sind könnten wir wieder 5 Phasen absorbieren, wenn sie aber ihre eigenen Ladungs konjugierte sind, sog. Majorana-Spinoren, dann nicht.

→ in jedem Falle würde eine Phase zu CP-Verletzenden Leptonischen Prozessen führen, diese sind bislang nicht beobachtet

* die bislang beobachteten Mischungswinkel θ_{ij} sind im Gegensatz zu V_{CKM} groß

$$\sin^2(2\theta_{12}) \simeq 0.857\ ,\ \sin^2(2\theta_{23}) > 0.95\ ,\ \sin^2(2\theta_{13}) \approx 0.098$$

d.h. die Mischung ν_2 und ν_3 ist fast maximal, d.h. $45°$

(zum Vergleich $\theta_{Cabibbo} \approx 13°$)

Das Phenomän der Neutrino-Oszillationen

- wir betrachten im Folgenden nur die Oszillationen zwischen 2 Spezies $\nu_{j,k}$, um diesen Mechanismus einfacher zu erklären:

$$\begin{pmatrix} \nu_{e_j} \\ \nu_{e_k} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \cos\theta'_{jk} & \sin\theta'_{jk} \\ -\sin\theta'_{jk} & \cos\theta'_{jk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_j \\ \nu_k \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} c'_{jk} & s'_{jk} \\ -s'_{jk} & c'_{jk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_j \\ \nu_k \end{pmatrix}$$

$\cancel{\theta_{jk}}$

* bei der Erzeugung befindet sich das erzeugte ν_e in einem WW-Eigenzustand. Bis zur nächsten WW propagiert dieses ν_e frei, wobei jeder Masseneigenzustand $\nu_{i=1,2,3}$ wie folgt propagiert (je nach Masse m_i).

$$|\nu_j(x)\rangle = e^{-ip_j\cdot x}|\nu_j\rangle = e^{-i(E_j t - \vec{p}_j\cdot\vec{x})}|\nu_j\rangle$$

mit Viererimpuls $p_j = (E_j, \vec{p}_j)$, $|\vec{p}_j| = \sqrt{E^2 - m_j^2}$

=> nach einer Zeit t_L hat das ν_j die Strecke L in $\vec{p}_j$-Richtung durchquert:

$$|\nu_j(t_L, L)\rangle = e^{-i(E_j t_L - |\vec{p}_j| L)}|\nu_j\rangle, \quad \text{d.h.}$$

falls wir mit folgender Mischung bei Erzeugung starten,

$$|\nu(0)\rangle = |\nu_{e_j}\rangle = \cos\theta'_{jk}|\nu_j\rangle + \sin\theta'_{jk}|\nu_k\rangle$$

$$\Rightarrow |\nu(t_L, L)\rangle = c'_{jk}\, e^{-i(Et_L - |\vec{p}_j|L)}|\nu_j\rangle + s'_{jk}\, e^{-i(Et_L - |\vec{p}_k|L)}|\nu_k\rangle$$

* die Amplitude mit der das Neutrino (durch WW) als ν_{e_k} beobachtet wird ergibt sich durch Projektion

mit $\langle\nu_{e_k}| = -s'_{jk}\langle\nu_j| + c'_{jk}\langle\nu_k|$ $\quad (\langle\nu_j|\nu_k\rangle = \delta_{jk})$

$$\Rightarrow \langle\nu_{e_k}|\nu(t_L, L)\rangle = c'_{jk}\, s'_{jk}\, e^{-iEt_L}\left(e^{i|\vec{p}_k|L} - e^{i|\vec{p}_j|L}\right)$$

$$= i\sin(2\theta'_{jk})\, e^{-iEt_L}\, e^{i(|\vec{p}_j|+|\vec{p}_k|)L}\, \sin\frac{(|\vec{p}_k| - |\vec{p}_j|)L}{2}$$

$\Rightarrow$ Wahrscheinlichkeit daß sich ν_{e_j} in ν_{e_k} auf L umwandelt:

$$\underline{P(\nu_{e_j} \to \nu_{e_k})} = |\langle \nu_{e_k} | \nu(t_L, L)\rangle|^2$$

$$= \sin^2(2\Theta'_{jk}) \, \sin^2\left(\frac{(|\vec{p}_k| - |\vec{p}_e|) L}{2}\right)$$

* unabhängig von t_L!

* für ultrarelativistische ν_j's: $E \gg m_i$

$$\Rightarrow \quad |\vec{p}_i| = \sqrt{E^2 - m_i^2} \approx E - \frac{m_i^2}{2E}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(\nu_{e_j} \to \nu_{e_k}) = \sin^2(2\Theta'_{jk}) \, \sin^2\left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E}\right)}$$

mit $\underline{\Delta m_{jk}^2 = m_j^2 - m_k^2}$

d.h. ohne Mischung $\Theta_{jk} = 0$ gibt es keine Oszillationen

<u>Experimenteller Befund:</u>

$$|\Delta m_{12}^2| = |m_2^2 - m_1^2| \approx 7{,}5 \cdot 10^{-5}\, eV$$

$$|\Delta m_{32}^2| = |m_3^2 - m_2^2| \approx 2{,}32 \cdot 10^{-3}\, eV$$