

$\Rightarrow$  Wahrscheinlichkeit dass sich  $\nu_{\mu}$  in  $\nu_{ee}$  auf  $L$  umwandelt:

$$P(\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{ee}) = |\langle \nu_{ee} | \nu(t_L, L) \rangle|^2$$

$$= \sin^2(2\theta'_{\mu e}) \sin^2\left(\frac{(\vec{p}_{\mu} - \vec{p}_{ee})L}{2}\right)$$

\* unabhängig von  $t_L$ !

\* für ultra relativistische  $\nu_j$ 's:  $E \gg m_j$

$$\Rightarrow |\vec{p}_j| = \sqrt{E^2 - m_j^2} \approx E - \frac{m_j^2}{2E}$$

$$\Rightarrow P(\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{ee}) = \sin^2(2\theta'_{\mu e}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{\mu e}^2 L}{4E}\right)$$

mit  $\Delta m_{jk}^2 = m_j^2 - m_k^2$

d.h. ohne Mischung  $\theta_{jk} = 0$  gibt es keine Oszillationen

Experimenteller Befund:

$$|\Delta m_{12}^2| = |m_2^2 - m_1^2| \approx 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \left\{ \begin{array}{l} \leftarrow \text{viel kleiner} \\ \Rightarrow |\Delta m_{31}^2| \neq \Delta m_{23}^2 \end{array} \right.$$

$$|\Delta m_{32}^2| = |m_3^2 - m_2^2| \approx 2,32 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$

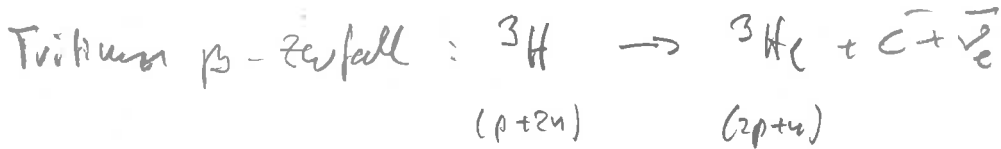
• Wenn wir mit allen 3 Generationen rechnen ergibt sich

$$P(\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{ee}) = \sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^3 U_{\mu i} U_{ei}^* U_{\mu j}^* U_{ej} \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E}\right)$$

d.h. Oszillationen in derselben Variable

normal Hierarchie  $m_1, m_2 \ll m_3$ , invertierte Hierarchie  $m_1, m_2 \gg m_3$

\* direkte Messung der  $\nu_e$ -Masse

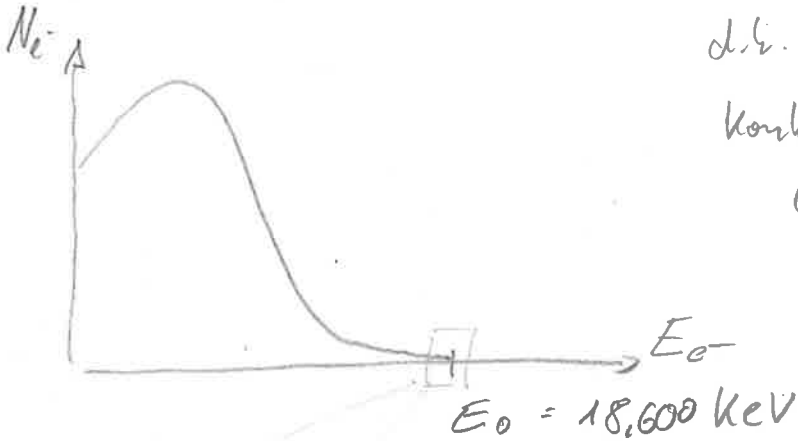


(d.h. aus  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ , s. Übergangsgabe 1.4)

d.h.  $|\vec{p}_e|$  und damit  $E_e$  hat

kontinuierliches Spektrum mit

$0 \leq E_e \leq E_0$  maximale Energie



z.B. beim Münzler Experiment KATRIN

\* obere Schwänke z.B.  $\nu_e \leq 2.3 \text{ eV}$

Ziel: Schwänke  $\leq 0.2 \text{ eV}$

\* zurück zu den Neutrino Oszillationen - Auf welcher Längenskala spielen sich diese ab?

beobachtbar wenn  $L \approx \frac{\Delta m^2}{4E} = \frac{L [\text{km}] \Delta m^2 [\text{eV}^2]}{E [\text{GeV}]}$   $\frac{10^3 \text{ eV}^2}{4 \cdot 10^{10} \text{ eV}}$

\* für typische Neutrino-Energie

von ca 1 GeV ergibt sich  $L \approx 10^3 \text{ km}$

$\approx 125$   
 ans Gel. fun  $\approx 5$

\* es gibt verschiedene Quellen von Neutrinos

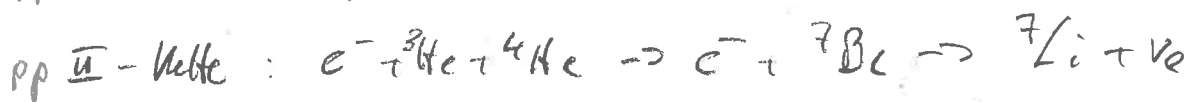
bei denen Oszillationen beobachtet wurden:

## Sonnen - Neutrinos :

- wie werden die fehlen der Neutrinos bzw die Neutrino-Oszillationen zuerst gemessen :

SNO Collaboration = Sudbury Neutrino Observatory, Kanada

- im Standardmodell der Sonne werden nur <sup>de Sonne</sup>  $\nu_e$  in den dort stattfindenden Kernreaktionen erzeugt:



- die so erzeugten Neutrinos haben Energien von  $E_\nu = 0.1 - 10$  MeV
- die Distanz Sonne - Erde beträgt  $L \approx 150 \cdot 10^9$  km

SNO: da auf der Erde gemessene Fluß von  $\nu_e$  caus

der pp-III Kette beträgt nur etwa  $\frac{1}{3}$  des erwarteten Flusses:

Fluß ( $\nu_e$ )

Fluß ( $\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau$ )

$$\approx 0,31 \pm 0,03$$

obwohl kein  $\nu_e$  erzeugt wurde

\* beide Flüsse wurden gemessen !

$$\Rightarrow \theta_{12} \text{ und } \Delta m_{21}^2$$

d.h.

$$|m_1^2 - m_2^2| \approx |m_1^2 - m_3^2|$$

$$\approx (7 \pm 3) \cdot 10^5 \text{ eV}^2$$

# Atmosphärische Neutrinos

- \* die Streuung kosmischer Strahlung, insbes. von Protonen  $p$ , an den Atomkernen der oberen Atmosphäre erzeugt Pionen  $\pi^+$ , die bei Zerfall sowohl  $\nu_\mu$  als auch  $\nu_e$  erzeugen:

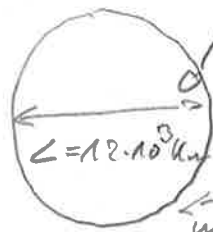


- \* diese atmosphärischen Neutrinos werden auf der Erde in Detektoren durch folgende Reaktion nachgewiesen ( $A, A'$  Atomkerne)

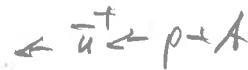


d.h. die  $\bar{\nu}_\mu$  oben werden ignoriert!

- \* die  $\nu_e$  können nach nach Erzeugung in der Atmosphäre gemessen werden bevor oder nachdem sie die Erde durchquert haben (sic WW nur schwach!)



z.B. Experiment Super-Kamiokande in einem Bergwerk in Japan



- \* die Messung der Flüsse in beiden Richtungen haben ergeben, dass nur nur etwa 50% der  $\nu_\mu$  nach durchqueren der Erde als  $\nu_\mu$  ankommen

Fluss ( $\nu_\mu$  nach oben)

Fluss ( $\nu_\mu$  nach unten)

$$\approx 0,56 \pm 0,04$$

mit  $E$  einige GeV,  $L = 12.000 \text{ km}$

$$\Rightarrow \theta_{23}, \Delta m_{32}^2$$

mit

$$|\Delta m_{23}^2| \approx (2 \pm 1) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\sin^2(2\theta_{23}) > 0,9$$

## Beschleuniger - Neutrinos

z.B. KEK  $\rightarrow$  Super-Mainvorkanal (K2K) mit  $L = 250 \text{ km}$

CERN  $\rightarrow$  OPERA & ICARUS in Gran-Sasso, Italien

$L \approx 730 \text{ km}$

Tevatron  $\rightarrow$  MINOS USA (— u —)

Vorteil: Energie der Neutrinos und deren Fluss sehr gut bekannt

Nachteil:  $L$  klein, d.h. keine starke Oszillation

dasselbe gilt für Kernreaktor-Neutrinos ( $> 50$  Kraftwerke mit bekannter Leistung)

wie in Japan (KamLAND), Frankreich CHOOZ, China Daya Bay,

oder Südkorea (RENO)  $\rightarrow$  beste  $\theta_{12}$  Messungen

(ungefähr 20% der Energie verschwindet als  $\bar{\nu}_e$ !)

Majorana-Fermionen [Literatur: P. Ramond: Field Theory, Kap. 14 und 17]

\* wir betrachten nun den Fall, dass Neutrinos ihre eigenen Anti-Teilchen (Ladungskonjugate) sind sowie die dazugehörigen Massenterme

\* solche Majorana-Fermionen spielen auch eine Rolle in der Festkörperphysik, insbesondere bei topologischen Isolatoren

für diese Zwecke ist es besser, eine neue Basis für die Dirac- $\gamma$ -Matrizen zu wählen, siehe S. 34.

dort die Standard- oder Dirac-Darstellung

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \underline{1} & 0 \\ 0 & -\underline{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}$$

$\sigma^{k=1,2,3}$  Pauli  
Matrizen

$$\Rightarrow \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \stackrel{\text{ü 3.1.3}}{=} \begin{pmatrix} 0 & \underline{1} \\ \underline{1} & 0 \end{pmatrix}$$

wird verwendet nun die chirale Darstellung

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \underline{1} \\ \underline{1} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \gamma^5 = \begin{pmatrix} -\underline{1} & 0 \\ 0 & \underline{1} \end{pmatrix}$$

d.h.  $\gamma^0$  und  $\gamma^5$  tauschen (bis auf Vorzeichen)

$$\Rightarrow P_{R/L} = \frac{1}{2} (\underline{1} \pm \gamma^5) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \underline{1} \end{pmatrix} = P_R \\ \begin{pmatrix} \underline{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = P_L \end{cases}$$

(s. ü 3.1.3)

d.h. Dirac 4er Spinoren

wird nun zerlegt als

$$\underline{\psi} = P_L \underline{\psi} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\psi} = P_R \underline{\psi} = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_R \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\psi} = (P_R + P_L) \underline{\psi} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$$

wobei  $\psi_R$  und  $\psi_L$  unabhängig

und Parität  $P$  wird nun dargestellt durch  $\gamma^0$ :

$$\underline{\psi} \xrightarrow{P} \underline{\psi}^P = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \underline{1} \\ \underline{1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = \gamma^0 \underline{\psi}$$

Notation:

- im Buch von P. Ramond gibt es ein Vorzeichen in der Def von  $\gamma^k$  und  $\gamma^5$
- in Vorlesung der Quantisierung, nach der Spinoren ambivert tauschen, S. S. 38-39

Wurden dort die Spinoren bereits durch anti-verwandene

Graßmann-Zahlen dargestellt,  $\psi, \chi$  mit  $\{\psi, \chi\} = \psi\chi + \chi\psi = 0$

und Komplexer Konjugation  $(\psi\chi)^* = +\psi^*\chi^*$  (Fand Konvention)

$\Rightarrow$  andere Faktoren "i" als bei uns ]

\* wie man zeigen kann transformieren  $\psi_L$  und  $\sigma^2 \psi_R^*$  gleich  
unter Lorentztransformationen ( $L_L$  sowie entsprechend  $L_R$   
mit  $L \leftrightarrow R$ )

$\Rightarrow$  nicht nur aus Spinoren  $\underline{\psi} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$  lassen sich Lorentz-  
invarianten bauen (aus I rekonstruieren) sondern auch  
aus dem Ladungskonjugierten Spinor (Vergleiche S. 102)

$$\underline{\psi}^c = \begin{pmatrix} \sigma^2 \psi_R^* \\ -\sigma^2 \psi_L^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}^c$$

offensichtl. es gilt  $\underline{(\psi^c)}^c = \underline{\psi}$  wegen  $\sigma^2{}^* = -\sigma^2$   
und  $(\sigma^2)^2 = \underline{1}$

$\Rightarrow$  definiere Majorana-Spinoren  $\psi^M$  als Lösungen

$$\text{von } \underline{\psi}^c = \underline{\psi} \Rightarrow \boxed{\psi^M = \begin{pmatrix} \psi_L \\ -\sigma^2 \psi_L^* \end{pmatrix}}, \text{ d.h. obere}$$

und untere Komponente sind nicht unabhängig. Im Vergleich  
zum Dirac-Spinor gibt es statt 4 nur 2 unabhängige Freiheits-  
grade.  $\psi^M$  ist sein eigenes Ladungskonjugiertes

\* Die 2er Spinoren  $\psi_R, \psi_L$  heißen auch Weyl-Spinoren